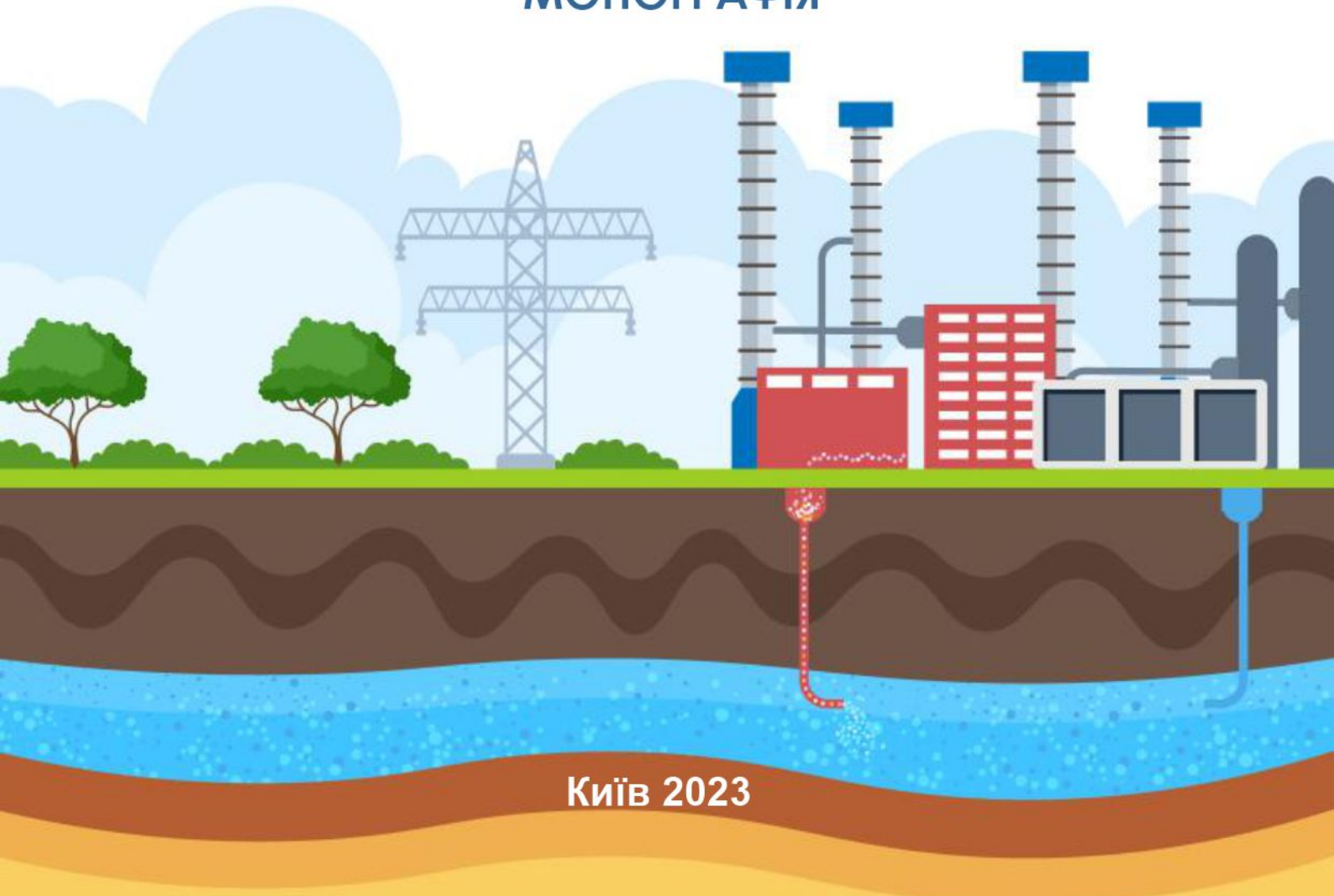


ІНСТИТУТ ВІДНОВЛЮВАНОЇ ЕНЕРГЕТИКИ
НАЦІОНАЛЬНОЇ АКАДЕМІЇ НАУК УКРАЇНИ

В. Ф. РЕЗЦОВ, О. В. ЗУР'ЯН, Т. В. СУРЖИК

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ НЕСТАЦІОНАРНИХ ПРОЦЕСІВ У КОНТУРАХ ГЕОТЕРМАЛЬНИХ ТЕПЛООБМІННИКІВ

МОНОГРАФІЯ



Київ 2023

**ІНСТИТУТ ВІДНОВЛЮВАНОЇ ЕНЕРГЕТИКИ
НАЦІОНАЛЬНОЇ АКАДЕМІЇ НАУК УКРАЇНИ**

В. Ф. РЄЗЦОВ, О. В. ЗУР'ЯН, Т. В. СУРЖИК

**МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ
НЕСТАЦІОНАРНИХ ПРОЦЕСІВ
У КОНТУРАХ
ГЕОТЕРМАЛЬНИХ ТЕПЛООБМІННИКІВ**

КИЇВ 2023 р.

УДК 620.92

Рекомендовано до публікації вченою радою
Інституту відновлюваної енергетики НАН України
(протокол № 13 від 14 березня 2023 року)

Рецензенти:

В. І. Буди́ко, доктор технічних наук

М. П. Кузнєцов, доктор технічних наук

Резцов В. Ф., Зур'ян О. В., Суржик Т. В.

УДК 620.9 Математичні моделі нестационарних процесів у контурах геотермальних теплообмінників: монографія / **В. Ф. Резцов**, Зур'ян О. В., Т. В. Суржик. — Київ: ІВЕ, 2023. — 170 с.
ISBN 978-966-641-15

У монографії подано основні визначення та класифікацію первинних джерел енергії для роботи геотермальних теплонасосних систем. Описано приклади систем забору низькопотенційної енергії з ґрунту, ґрунтових, підземних вод та відкритих водойм. Наведено технологічні та теплофізичні параметри ґрунтових теплообмінників різного типу та конфігурації. Сформульовані рівняння математичних моделей процесів вигнутих, поздовжніх та радіальних коливань елементів трубопровідних систем. Розвинута методика розв'язання сформульованих рівнянь на основі використання перетворювання Лапласа в часовому просторі. Розглянуті математичні моделі нестационарного перебігу рідини в трубках теплообмінника в коливальному режимі та в режимі гідроудару. Обґрунтовано, що серед методів очищення гідравлічних трактів теплообмінників актуальним є застосування методів, що ґрунтуються на примусовій вібрації теплообмінників, у тому числі з використанням нестационарних течій рідини. Наведені деякі спеціальні методи моделювання продольних, псевдовипадкових, а також солітонних коливальних режимів трубчастих теплообмінників. Доведено, що використання теплового насоса в поєднанні з геотермальним теплообмінником є енергоефективним технічним рішенням, а застосування даних технологій забезпечує зменшення шкідливих викидів в атмосферу та має важливе значення для декарбонізації та децентралізації енергетики України. Для наукових та інженерно-технічних працівників у галузі геотермальної енергетики, а також аспірантів і студентів технічних спеціальностей.

ISBN 978-966-641-16

© **В. Ф. Резцов**

© О. В. Зур'ян

© Т. В. Суржик

ЗМІСТ

РОЗДІЛ 1. ГЕОТЕРМАЛЬНА ТЕПЛОНАСОСНА СИСТЕМА.....	10
1.1. Призначення, склад та класифікація геотермальних теплонасосних систем	10
1.2. Тепловий насос, історія, класифікація та принцип роботи	12
1.3. Джерела теплоти для геотермальних теплонасосних систем.....	20
1.3.1. Енергія приповерхневих шарів ґрунту	20
1.3.2. Енергія ґрунтових, підземних вод і відкритих водойм	22
1.4. Теплообмінники для вилучення теплоти ґрунту та води.....	22
1.4.1. Горизонтальні ґрунтові теплообмінники	22
1.4.2. Вертикальні ґрунтові теплообмінники	25
1.4.3. Енергетичні кошики	27
1.4.1. Енергетичні палі	28
РОЗДІЛ 2. ТЕПЛОФІЗИЧНІ ПРОЦЕСИ ВИДОБУВАННЯ ТЕПЛОВИХ РЕСУРСІВ ВЕРХНІХ ШАРІВ ҐРУНТУ	30
2.1. Закономірності процесу теплообміну в системах вилучення й акумулювання теплоти	30
2.1.1. Основні положення теплопровідності	30
2.1.2. Диференціальні рівняння теплопровідності.....	33
2.1.3. Основні положення теорії конвективного теплообміну	35
2.1.4. Теореми і критерії теплової подібності	39
2.1.5. Розрахунок тепловіддачі за критеріями подібності.....	41
2.1.6. Основні положення й закони променистого теплообміну.....	46
2.2. Річні флюктуації температур у верхніх шарах Землі.....	51

2.3. Математичне моделювання температурного поля ґрунту при використанні геотермальної енергії.....	54
2.4. Математичне моделювання режимів роботи теплового насоса з ґрунтовим теплообмінником	58
2.5. Математичне моделювання енергетичних характеристик геотермальних систем	63

РОЗДІЛ 3. ТЕХНОЛОГІЧНІ Й ТЕПЛОФІЗИЧНІ ПАРАМЕТРИ ГЕОТЕРМАЛЬНИХ ҐРУНТОВИХ ТЕПЛООБМІННИКІВ

68

3.1. Визначення параметрів горизонтального ґрунтового теплообмінника	68
3.1.1. Параметричні таблиці даних для розрахунку горизонтального ґрунтового теплообмінника	69
3.2. Визначення параметрів енергетичних паль.....	71
3.3. Визначення параметрів систем, що використовують ґрунтові води як джерело низькопотенційної теплоти.....	73
3.4 Визначення параметрів вертикального ґрунтового теплообмінника.....	76
3.4.1. Параметричні таблиці даних для розрахунку вертикального ґрунтового теплообмінника.....	77
3.5. Визначення теплової потужності та відстані між свердловинами вертикального ґрунтового теплообмінника.....	80

РОЗДІЛ 4. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ НЕСТАЦІОНАРНИХ ПРОЦЕСІВ В ЕЛЕМЕНТАХ ТРУБОПРОВІДІВ.....

87

4.1. Рівняння радіальних коливань стінок трубопроводів.....	87
4.2. Особливості математичного моделювання поздовжньо-радіальних коливань товстостінних трубопроводів.....	92
4.3. Особливості математичного моделювання поздовжніх коливань трубопроводів при наявності неоднорідностей пружних характеристик.....	95

- 4.4. Взаємозв'язки частотних і перехідних характеристик коливальних процесів у трубопроводах.....104
- 4.5. Математичні моделі коливань засувки у трубопроводах, виконаних у формі кругових мембран.....105

РОЗДІЛ 5. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ НЕСТАЦІОНАРНИХ ПРОЦЕСІВ У ТЕПЛООБМІННИКАХ ГЕОТЕРМАЛЬНИХ ТЕПЛОНАСОСНИХ СИСТЕМ..... 109

- 5.1. Коливання трубок теплообмінників і аналіз їх стійкості при протіканні в них рідини.....109
- 5.2. Аналіз поздовжніх коливань трубок теплообмінників при осьових гідродинамічних впливах на трубні дошки складної форми112
- 5.3. Аналіз поздовжніх коливань трубок теплообмінників при періодичній дії імпульсів тиску115
- 5.4. Деякі спеціальні методи аналізу динамічних процесів у трубках теплообмінників при додаткових ускладнювальних факторах 120
- 5.4.1. Особливості моделювання поздовжніх коливань трубок теплообмінників з нелінійною жорсткістю при використанні методу малого параметра120
- 5.4.2. Особливості моделювання процесів поздовжніх коливань трубок теплообмінників коливальними процесами в ланцюжках частинок (зв'язаних осциляторів).....123
- 5.4.3. Особливості моделювання солітонних режимів нелінійної динаміки коливань елементів теплообмінників124
- 5.4.4. Особливості моделювання псевдовипадкових коливальних режимів125
- 5.5. Методика розрахунку сполучень трубок теплообмінників з трубними дошками на герметичність126

РОЗДІЛ 6. ЕНЕРГЕТИЧНІ МОДЕЛІ ВНУТРІШНЬОГО ТЕРТЯ Й АНАЛІЗ СТІЙКОСТІ В ЕЛЕМЕНТАХ СИСТЕМ ГЕОТЕРМАЛЬНОЇ ЕНЕРГІЇ 133

- 6.1. Енергетичні моделі внутрішнього тертя при поздовжніх коливаннях сполучених нелінійних процесів електротермопружності 133**
- 6.2. Особливості динаміки електромеханічних систем з нелінійним електромеханічним навантаженням..... 137**
- 6.3. Аналіз теплогідравлічних збурень у теплогідравлічних трактах геотермальних систем..... 142**

РОЗДІЛ 7. ДЕКАРБОНІЗАЦІЯ ТА ГЕОТЕРМАЛЬНІ ТЕПЛОАСОСНІ СИСТЕМИ149

- 7.1. Актуальність питань декарбонізації та децентралізації енергетики в Україні та світі..... 149**
- 7.2. Екологічна безпека використання геотермальних ресурсів..... 154**
- 7.3. Співвідношення викидів в атмосферу CO₂ та інших шкідливих речовин при застосуванні традиційних та теплоасосних геотермальних систем отримання теплової енергії 158**

ВСТУП

Державна політика України з енерго- та ресурсозбереження передбачає суттєве розширення обсягів використання відновлюваних джерел енергії з урахуванням екологічної складової [1–3]. У квітні 2023 року Кабінет Міністрів України за поданням Міністерства енергетики схвалив Енергетичну стратегію України до 2050 року. Стратегія передбачає досягнення Україною вуглецевої нейтральності енергетичного сектору до зазначеного періоду. Документ відображає цілі Європейського зеленого курсу та базується на принципах комплексного підходу до формування та реалізації політики у сфері енергетики. Серед ключових напрямів стратегії – підвищення стійкості енергосистеми, поглиблення її інтеграції в загальноєвропейську, децентралізація генерації, зниження викидів парникових газів, а також розвиток новітніх технологій.

Основною перевагою використання відновлюваних енергоресурсів є їх невичерпність та екологічна чистота. З використанням відновлюваних джерел енергії зникає потреба у видобутку, переробці, збагаченні й транспортуванні палива, утилізації або похованні шкідливих відходів традиційних енергетичних виробництв.

Серед відновлювальних джерел енергії теплота земних надр характеризується стабільністю параметрів, які не залежать від сезонних і добових коливань температури. Геотермальні ресурси підрозділяються на петрогеотермальні, тобто нагріті гірські породи, та гідротермальні – гаряча вода й суха пара. Побічним продуктом геотермальних вод є супутній природний газ.

Видобуток геотермальної енергії та супутнього газу проводиться для забезпечення електричною та тепловою енергією промислових, житлових і сільськогосподарських об'єктів [4].

Останніми роками дедалі більшого практичного значення набуває використання відновлюваної низькопотенційної енергії приповерхневих шарів Землі на глибинах від 20 до 400 м за допомогою теплових насосів. Її застосування для теплопостачання окремих будинків, виробничих приміщень, теплиць та інших об'єктів стає економічно вигідним і зручним.

Економічну доцільність використання теплонасосних технологій доводять як численні наукові дослідження, так і досвід експлуатації теплонасосних установок у багатьох країнах світу.

Мірою енергетичної ефективності теплонасосної установки (ТНУ) є коефіцієнт перетворення, який характеризує відношення енергії, що надійшла споживачеві, до витраченої енергії. Оцінки показують, що для вдало спроектованих систем теплопостачання коефіцієнт перетворення може становити від 4 до 6.

Результати досліджень систем теплопостачання на базі теплонасосних установок (ТНУ) наведено в роботах А. А. Долінського, Ю. Ф. Снежкіна, Б. І. Баска, Ю. П. Морозова, В. А. Міхельсона, В. С. Мартиновського, Д. П. Гохштейна, Л. М. Розенфельда, Є. Я. Соколова, Л. А. Шубенка, В. М. Бродянського, Є. І. Янговського, Є. Г. Братути, С. А. Горожанкіна, А. Ш. Везірішвілі, С. І. Ткаченка, Л. А. Огуречнікова, А. П. Остапенка, А. В. Камінського, Д. Х. Харлампіді, Ю. В. Проценка, М. К. Безродного, Н. А. Притули, Л. Б. Зіміна, Н. М. Фіалка, В. А. Зісіна, Р. Картиса, Г. Карслоу, Р. Дженкінса, А. Буссо, Л. Рубача, С. Ли, С. Шетлце та ін.

Широко освітлені питання використання теплонасосних систем з ґрунтовими акумуляторами теплоти та сучасні методи розрахунків технічних, експлуатаційних і економічних параметрів цих систем у роботах таких вчених, як Ю. П. Морозов, Г. М. Забарний, А. В. Шурчков, А. І. Накорчевський, О. П. Щербань, О. О. Кремньов, І. А. Чарний, Х. А. Ловерье, О. М. Тихонов, М. А. Пудовкін, Є. Г. Маловєєв, Н. А. Авдонін, Е. Б. Чекалюк, Ш. А. Арановський, В. Н. Майдебор, С. Н. Талецький, А. Т. Розаков, Т. Г. Беляєва, Б. Х. Драганів, Є. І. Нікіфорович, О. М. Недбайло, М. М. Хворів, О. Зобель, Л. Лалуй, Л. Ламарче, В. Бакстер, Й. Пітч, С. Синьореллі, П. Стефен, О. Кордас, Р. Дженсин та ін.

Геотермальні ТНУ використовують теплоту верхніх шарів земної кори у вигляді поверхневих, ґрунтових і артезіанських вод, а також теплоту гірських порід і термальних вод. Ґрунтові й артезіанські води виявлені практично на всій території України й мають температуру більше ніж 10 °С, що дає змогу ефективно використовувати їх у ТНУ.

Основним елементом геотермальної теплонасосної системи (ГТС) є система забору низькопотенційної теплової енергії (геотермальний зонд, або ґрунтовий теплообмінник). Зазвичай це труба, розташована вертикально або горизонтально у ґрунті. У цих системах як проміжний теплоносій переважно використовується вода (в разі потреби з антифризовими добавками), яка циркулює в трубній системі теплообмінника. Саме від конструктивних особливостей цих теплообмінників та їх адаптованості до конкретного місця розташування залежить ефективність ГТС в цілому.

Головною особливістю системи добування геотермальної теплової енергії є поєднання технічних і природного елементів таких систем. При цьому природне джерело теплової енергії перебуває в глибинних шарах земної кори, які малодоступні для спостережень.

Другою не менш значною проблемою є подовження ресурсу теплообмінних пристроїв, змонтованих у ґрунті, й забезпечення надійності елементів цього теплообмінного обладнання в умовах старіння матеріалів, схильних до комплексного впливу інтенсивних механічних і теплових складових.

За таких обставин основними методами дослідження теплових і гідродинамічних процесів у системах видобування низькопотенційних геотермальних ресурсів з приповерхневих шарів Землі та системах її перетворення на енергію, комфортну для застосування в теплоенергетиці, є теоретичні методи. Основний з них – математичне моделювання. Серйозною перешкодою, яка стримує впровадження зазначених систем, є фактична відсутність аналітичного, математичного, програмного і методичного забезпечення для розробки таких систем для різних, гідрогеологічних, морфологічних та антропогенних умов використання.

Цим обумовлені значимість та актуальність теми дослідження.

РОЗДІЛ 1. ГЕОТЕРМАЛЬНА ТЕПЛОНАСОСНА СИСТЕМА

1.1. Призначення, склад та класифікація геотермальних теплонасосних систем

Система добування геотермальних ресурсів – це комплекс технологічних і технічних засобів, що забезпечує добування геотермальних джерел енергії, їх трансформацію та, здебільшого, зворотне закачування охолодженого геотермального теплоносія.

Геотермальні ресурси за фізичними особливостями можна поділити на петротермальні, тобто нагріті гірські породи, та гідротермальні (вода, пара).

Останніми роками набуло широкого розвитку використання низькопотенційних геотермальних ресурсів шляхом застосування теплових насосів, які являють собою енергоощадне екологічно чисте технологічне обладнання, використання якого дає змогу не тільки забезпечити економію органічного палива, але й суттєво знизити забруднення довкілля.

Тепловий насос (ТН) – пристрій для перенесення теплової енергії від джерела низькопотенційної теплової енергії (з низькою температурою) до споживача (теплоносія) з більше високою температурою [5].

До складу теплонасосної системи (ТНС) входять власне тепловий насос, пристрій забору та пристрій розподілу теплоти. Внутрішній контур теплового насоса складається з компресора, що живиться від електромережі, випарника, дросельного клапана й конденсатора [6].

Коефіцієнт перетворення ТНУ, який визначається як відношення теплоти, що передається теплоспоживачу, до витраченої роботи приводу компресора, лежить в основному в межах 1,5–6,0. Величина коефіцієнта перетворення залежить від різниці температури низькопотенційного джерела і споживача теплоти, ступеня зворотності термодинамічного циклу, термодинамічних властивостей робочого тіла та інших факторів. Зазначений коефіцієнт перетворення означає, що на одиницю витраченої електричної енергії теплоспоживачу передається в 1,5–6,0 разів більше теплової енергії.

Геотермальні ТНС, наприклад, використовують теплоту верхніх шарів земної кори з поверхневих, ґрунтових і артезіанських вод, а також тепло гірських порід і термальних вод. Ґрунтові й артезіанські води виявлені практично на всій території України й мають в основному температуру більше 9 °С, що дає змогу ефективно використовувати їх у ТНС.

Підземні теплообмінники, які розташовані у верхніх шарах Землі, мають назву «ґрунтових теплообмінників».

Саме визначення «ґрунтові підземні теплообмінники» конкретно не сформульоване, тому що саме поняття «ґрунт» характеризує не теплові, а структурні властивості верхніх порід Землі.

Ґрунт – це шар Землі зони вивітрювання, де спотерігаються біологічні процеси. Глибина залягання ґрунту коливається від 2 до 400 м і більше. Тому це визначення не пов’язане з типом породи, а, найімовірніше, означає заглиблення в підземні шари на незначну глибину [6].

Відповідно до конструктивних особливостей та умов розміщення геотермальні теплонасосні системи за типом ґрунтового теплообмінника можна поділити на ГТС закритого типу та ГТС відкритого типу.

Теплонасосні системи закритого типу різних конструкцій наведено в табл. 1.1.

Таблиця 1.1. ГТС закритого типу

№ з/п	Середовище	Конструктивні особливості	
1.1	Розміщені в ґрунті	Горизонтальні	Теплообмінник у вигляді труби розміщується кільцями або звивисто в горизонтальних траншеях нижче глибини промерзання ґрунту (зазвичай від 1,2 м і нижче). Такий спосіб є економічно найефективнішим для житлових об’єктів за умови відсутності дефіциту земельної площі
1.2	Розміщені в ґрунті	Вертикальні: – типу труба в трубі (трубка Фільда) – U-подібні – типу теплової труби	Теплообмінник розміщується вертикально у свердловині глибиною до 400 м. Цей спосіб застосовується, коли площа земельної ділянки не дає змоги розмістити контур горизонтально або існує загроза ушкодження ландшафту
2	Розміщені у водоймі	Теплообмінник у вигляді труби розміщується звивисто або кільцями у водоймі (озеро, ставок, річка) нижче глибини промерзання. Це найбільш економічно найрентабельніший варіант, але є жорсткі вимоги щодо мінімальної глибини й об’єму води в водоймі для конкретного регіону	
3	З безпосереднім теплообміном	На відміну від попередніх типів, холодоагент компресором теплового насоса подається по мідних трубках, розташованих: – вертикально у свердловинах довжиною приблизно 30 м і діаметром 80 мм; – під кутом у свердловинах довжиною приблизно 15 м і діаметром 80 мм; – горизонтально в ґрунті нижче глибини промерзання	

Геотермальні теплонасосні системи відкритого типу

Така система використовує як теплоносієм воду, що циркулює в межах відкритого циклу, тобто вода після проходження через випарник теплового насоса повертається в проникні підземні шари (типу ГЦС) або у водойму. Вони поділяються на:

- розміщені у водоносному горизонті;
- занурені у відкриту водойму або басейн (рис. 1.1).

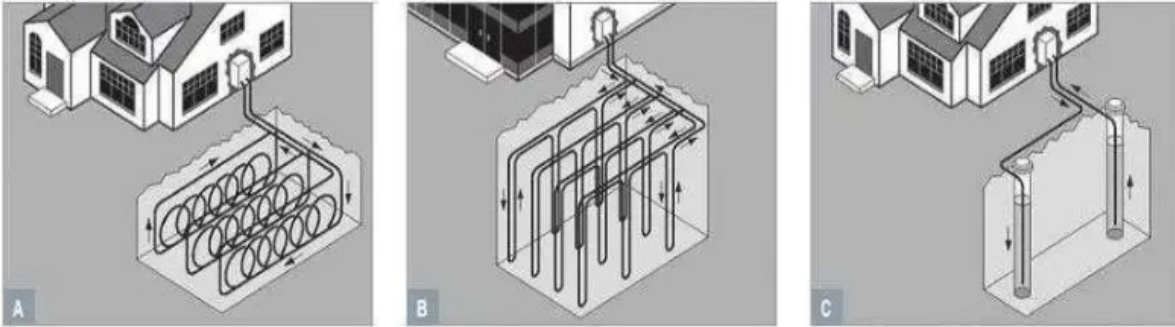


Рис. 1.1. Приклади конструктивних варіантів різних типів теплообмінників: А – закриті ґрунтові горизонтальні; В – закриті ґрунтові вертикальні; С – відкриті горизонтальні, занурені у водоносний горизонт, водойму, або басейн

1.2. Тепловий насос, історія, класифікація та принцип роботи

Тепловий насос термодинамічно ідентичний холодильній машині.

Тепловий насос суттєво розширює можливості застосування низькопотенційної енергії.

Принцип роботи теплового насоса відомий з праць Карно та опису циклу, названого циклом Карно, опублікованого в його дисертації в 1824 р. Практичну реалізацію теплонасосної системи запропонував Вільям Томсон (згодом – лорд Кельвін) у 1852 р. Вона була названа помножувачем теплоти (рис. 1.2) й показувала, як можна ефективно використовувати холодильну машину для опалення [7].

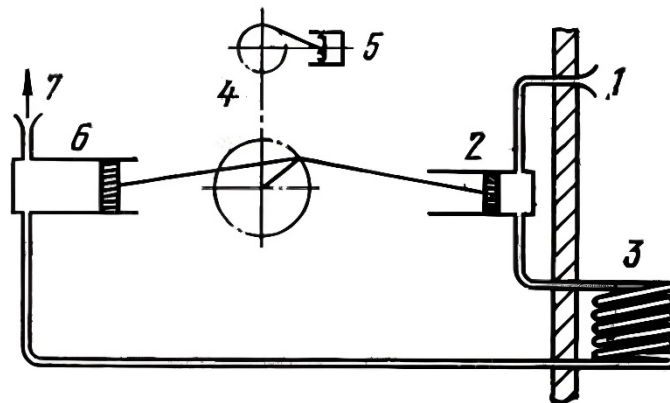


Рис. 1.2. Схема «помножувача теплоти» Томсона:
1 – навколишнє повітря; 2 – вхідний циліндр; 3 – теплообмінник; 4 – привід;
5 – парова машина; 6 – вихідний циліндр; 7 – обігрівання приміщення

Холодильні машини розвивалися вже наприкінці XIX ст., а теплові насоси отримали швидкий розвиток лише в 1920-х і 1930-х роках, коли в Англії було створено першу теплонасосну установку [8]. Холдейн описав в 1930 р. випробування домашнього теплового насоса, призначеного для опалення й гарячого водопостачання, який використовує теплоту навколишнього повітря. Після цього почалися дослідні роботи в США, що привели до створення демонстраційних установок [9]. До цієї стадії було доведено порівняно небагато проєктів, оскільки всі вони мали низку технічних недоліків і недостатнє фінансування на їх усунення.

Першу велику теплонасосну установку в Європі було введено в дію в Цюріху в 1938–1939 рр. У ній використовувались теплота річкової води, ротаційний компресор і холодоагент [10]. Вона забезпечувала опалення міської ратуші водою з температурою 60 °С потужністю 175 кВт. Була застосована також система акумулювання теплоти з електронагрівачем для покриття пікових навантажень. У літні місяці установка працювала на охолодження.

Один з перших домашніх теплових насосів, що успішно працювали, встановив у своєму будинку Самнер [11]. Його одноповерховий будинок мав гарну теплоізоляцію і повністю опалювався тепловим насосом. Спочатку, в перші роки експлуатації, джерелом теплоти було повітря, а потім побудували підземний теплообмінник, який використовував теплоту ґрунту на глибині близько 1 м. Коефіцієнт перетворення становив 2,8.

У 50-ті роки в деяких країнах Європи було випущено багато дрібних теплових насосів для домашнього застосування. Найдокладніше описаний холодильник-нагрівач Ферранті [12], що здійснював одночасно охолодження харчової комори й подачу відведеної теплоти при підвищеній температурі для нагрівання води.

У 60-ті роки вартість електроенергії у світі сильно знизилася, що надало переваги використанню прямого електроопалення та знизило розвиток досліджень та промислового впровадження теплових насосів, попит на які впав. Але в 1973 р. чергова енергетична криза поклала початок новому періоду швидкого зростання зацікавленості ідеєю теплових насосів. Завдяки можливості економії енергії, що є одним з основних призначень теплового насоса, їх застосування розширилося. Енергетична криза характеризується новими дослідженнями у сфері нетрадиційних джерел енергії.

У 1824 р. вийшла перша і єдина праця французького вченого Ніколя Леонарда Сади Карно «Роздуми щодо рушійної сили вогню і про машини, здатні розвивати цю силу». Ця робота вважається основною в термодинаміці. У ній був проведений аналіз парових машин, що існували на той час, і були наведені умови, при яких ККД досягає максимального значення. Крім цього, там же були вве-

дені основні поняття термодинаміки: ідеальний цикл, оборотність і незворотність термодинамічних процесів. Цикл залишається фундаментальною основою для опису процесу та оцінки ефективності теплових насосів [13].

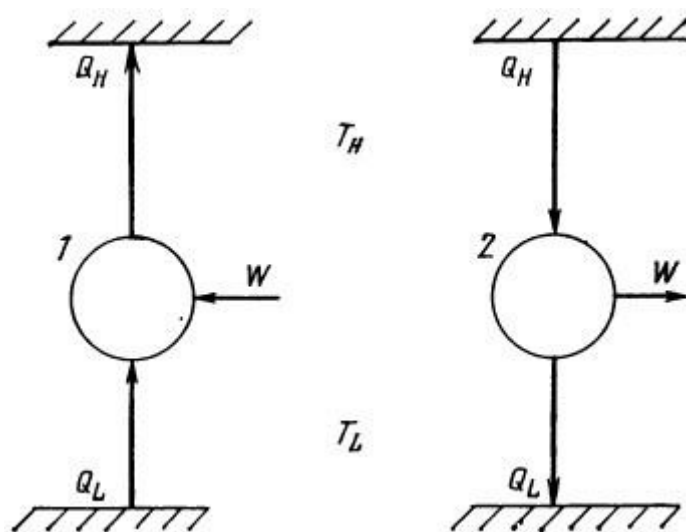


Рис. 1.3. Термодинамічна схема теплового насоса й теплового двигуна: 1 – тепловий насос; 2 – тепловий двигун; T_H – висока температура; T_L – низька температура

Тепловий насос можливо розглядати як теплову машину, що працює в зворотному напрямі. Теплова машина отримує теплоту – Q_H від високотемпературного джерела й віддає його за низькою температурою, виконуючи корисну роботу. Тепловий насос потребує витрат на виконання роботи для отримання теплоти – Q_L при низькій температурі й віддаванні його при вищій (рис. 1.3).

Можливо легко довести, що, якби обидві ці машини були оборотні (тобто термодинамічні процеси не містять втрат), то існує межа ефективності кожної з них, і в обох випадках це є відношення Q_H / W . Де W – енергія, яка використовується для роботи теплового насоса або відповідно виробляється тепловою машиною. Це є основною причиною неможливості побудувати вічний двигун, просто з'єднавши одну машину з іншою. Це відношення є основоположним. У разі теплової машини воно записується у вигляді W/Q_H і називається термічним ККД, а для теплового насоса воно залишається у вигляді Q_H/W і називається коефіцієнтом перетворення – COP (Coefficient of performance).

На рис. 1.4 зображено Цикл Карно, що відображає робочий процес ідеальної теплової машини, що працює в заданому інтервалі температур.

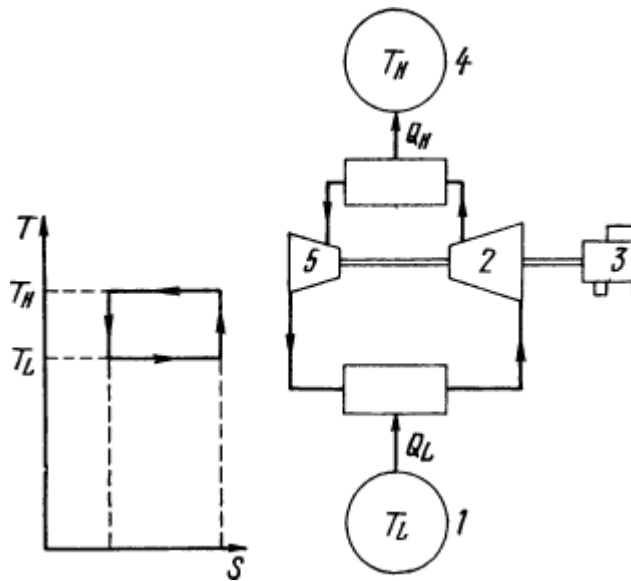


Рис. 1.4. Ідеальний теплонасосний цикл Карно: 1 – джерело теплоти; 2 – компресор; 3 – приводний двигун; 4 – споживач теплоти; 5 – терморегулювальний прилад; T_H – висока температура; T_L – низька температура, Q_H – кількість теплоти, відведена від теплового насоса; Q_L – кількість теплоти, підведена до теплового насоса

Стрілки вказують напрямок процесу для теплового насоса. Тепло ізотермічно підводиться при температурі T_H і ізотермічно відводиться при температурі T_L . Стиснення та розширення відбуваються при постійній ентропії, а робота підводиться від зовнішнього двигуна. Використовуючи визначення ентропії й закони термодинаміки, можливо показати, що коефіцієнт перетворення для циклу Карно має вигляд

$$KOP = T_L (T_H - T_L) + 1 = T_H / (T_H - T_L), \quad (1.1)$$

де: T_L – температура на вході теплового насоса; T_H – температура на виході теплового насоса.

Принципова схема роботи найпоширенішої парокомпресійної ТНУ може бути описана так (рис. 1.5):

У зовнішньому теплообміннику (випарнику) тепла енергія навколишнього середовища за межами будівлі або з іншого доступного джерела теплоти передається робочому тілу ТНУ – холодоагенту (зазвичай фреону), що циркулює по внутрішньому контуру.

Фреон, у випарнику нагріваючись, змінює свій агрегатний стан таким чином, що при відповідній температурі й тиску він випаровується і прямує в бік компресора. Компресор стискає фреон, при цьому температура фреону зростає до 100 °C і більше.

Далі фреон проходить через внутрішній теплообмінник (конденсатор), де конденсується і віддає теплоту споживачам теплової енергії (у систему опалення, гарячого водопостачання тощо).

Далі фреон проходить через дроселюючий клапан, який знижує тиск, що супроводжується зниженням температури. Далі цикл повторюється.

Холодоагент під високим тиском через капілярний отвір потрапляє в випарник, де через різке зменшення тиску й підведення теплоти відбувається процес випаровування. При цьому холодоагент відбирає теплоту з внутрішніх стінок випарника, а випарник своєю чергою відбирає теплоту в ґрунтового або водяного контуру.

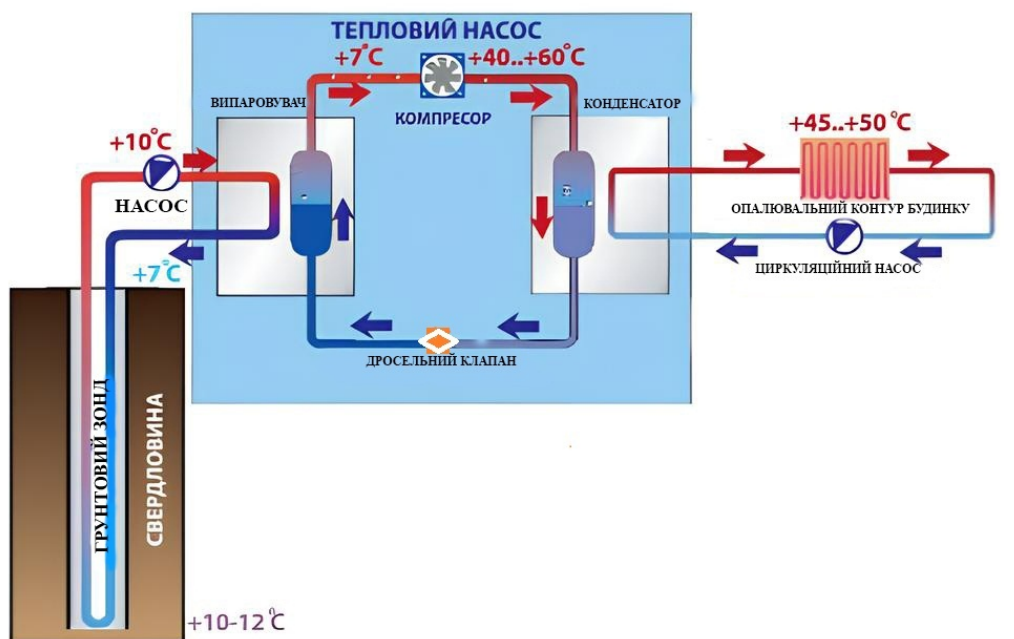


Рис. 1.5. Принципова схема парокompресійного теплового насоса

Компресор вбирає холодоагент з випарника, стискає його, за рахунок чого температура холодоагенту різко підвищується, і нагрітий холодоагент потрапляє в конденсатор. Крім цього, в конденсаторі нагрітий внаслідок стиснення холодоагент віддає теплоту опалювальному контуру й переходить в рідкий стан. Процес повторюється з початку.

Найхарактерніший температурний рівень для зовнішнього теплообмінника в режимі використання парокompресійною ТНУ для теплопостачання – від +5 до -15 °С, для внутрішнього теплообмінника – від +35 до +60 °С, що дозволяє забезпечити опаленням та гарячим водопостачанням більшу частину опалювального періоду. При цьому, якщо за 100% взяти отриману корисну теплову потужність, частка витраченої електроенергії становитиме 20–30%.

Отже, коефіцієнт перетворення, рівний відношенню отриманої корисної теплової потужності до витраченої електроенергії, який у цьому разі становить від 3,3 до 4.

Температурний діапазон і коефіцієнт енергетичної ефективності визначаються властивостями холодоагенту та параметрами циклу (тиском). Можливе розширення температурного діапазону як у бік використання нижчих температур навколишнього середовища (до $-25\text{ }^{\circ}\text{C}$ і нижче), так і отримання більше високопотенційної теплоти – понад $60\text{ }^{\circ}\text{C}$. Однак для цих параметрів потрібно використовувати більш вартісне обладнання, а коефіцієнт перетворення буде нижче.

У режимі охолодження ТНУ працює, передаючи теплову енергію з приміщення (при температурному рівні, необхідному для системи кондиціонування) в навколишнє середовище [14].

Тепловий насос (ТН) або теплонасосна установка (ТНУ) формально не виробляє теплової енергії. Подібно до водяного насоса, що перекачує воду з рівня джерела води на вищий рівень, тепловий насос перекачує теплоту з низького температурного рівня на споживчий температурний рівень, використовуючи при цьому мінімум енергії.

На сьогоднішній день створена й експлуатується велика кількість конструкцій теплонасосних систем (ТНС), які мають відмінності за тепловими схемами, робочим тілом, обладнанням, що використовується, тощо [14].

Для практичного застосування класифікувати найпоширеніші моделі ТН доцільно або за принципом їх дії, або за джерелом низькопотенційної теплової енергії, що використовується.

Однак ми допускаємо можливість використовувати й інші підходи до класифікації ТН за низкою подібних ознак [15].

З огляду на вищевикладене пропонується така класифікація ТНУ:

За циклами та схемами роботи:

- компресійні ТН, зокрема:
 - газокompresійні ТН (ГТН);
 - парокompresійні ТН (ПТН);
- сорбційні ТН, зокрема:
 - абсорбційні ТН (АБТН);
 - адсорбційні ТН (АДТН);
- теплові насоси, засновані на використанні ефекту Ранка;
- теплові насоси, засновані на використанні подвійного циклу Ренкіна;
- теплові насоси, що працюють за циклом Стірлінга;
- теплові насоси, що працюють за циклом Брайтона;
- термоелектричні теплові насоси;

- звернений паливний елемент;
- теплові насоси з використанням теплоти плавлення;
- теплові насоси з використанням механохімічного ефекту;
- теплові насоси з використанням магнетокалорічного ефекту.
- термодинамічні теплові насоси:
 - за зворотним подвійним циклом Ренкіна;
 - за зворотним циклом Стірлінга;
 - за зворотним циклом Брайтона / Джоуля;
 - за циклом Каліни;
 - за циклом Войлюмье.

За принципом взаємодії робочих тіл:

- відкритого циклу, в яких робоче тіло забирається та віддається в зовнішнє середовище;
- замкнутого циклу, в яких робоче тіло рухається у замкнутому контурі, взаємодіючи з джерелом та споживачем теплоти лише за допомогою теплообміну в апаратах поверхневого типу.

За режимом температур ТН:

- високотемпературні;
- середньотемпературні;
- низькотемпературні.

Температура в круговому циклі обмежується термодинамічними властивостями холодоагенту й конструктивними особливостями компресорів.

За основним зовнішнім джерелом енергії ТН:

- механічна енергія;
- електродвигун;
- двигун внутрішнього згорання (дизель, бензин та ін.);
- газова турбіна;
- двигун Стірлінг;
- гідропривід або вітропривід;
- теплова енергія;
- термоелектричний нагрівач;
- спалювання палива (газ, рідке і тверде паливо).

За середовищем та теплоносієм:

- ґрунт-вода;
- ґрунт-повітря;
- вода-вода;
- вода-повітря;
- повітря-вода;

- повітря-повітря.

За функціями ТН (для споживачів теплоти):

- система опалення;
- система гарячого водопостачання;
- система підігріву чогось;
- утилізація скидної теплоти;
- змішані системи.

За видом холодильного агента:

- повітря;
- вода (пара);
- фреони;
- аміак;
- вуглекислота;
- водень;
- гелій;
- інші гази й суміші.

За кількістю ТН в ТНУ:

- одноступінчасті;
- двоступінчасті;
- каскадні.

За продуктивністю:

- побутові (малі) – від 5 до 20 кВт;
- промислові (середні) – від 20 до 600 кВт;
- великі теплові насоси – від 1 МВт і вище.

За джерелом низькопотенційної теплоти ТН:

• **повітряні** – джерелом теплоти є навколишнє середовище. Використовують повітря як джерело низькопотенційної теплової енергії;

• **утилізуючі** – джерелом теплоти є вентиляційне повітря, каналізаційні й стічні води, промислові скидання, тепла енергія технологічних та побутових процесів. Використовують технологічні джерела низькопотенційної теплоти;

• **геотермальні** – джерелом теплоти є низькопотенційна тепла енергія верхніх шарів земної кори у вигляді поверхневих, ґрунтових і артезіанських вод, а також тепло гірських порід і термальні води.

1.3. Джерела теплоти для геотермальних теплонасосних систем

Згідно з типологією Міжнародного енергетичного агентства (МЕА), розрізняють 5 типів джерел геотермальної енергії: суха пара, волога пара (гаряча вода та пара), геотермальні води (гаряча вода або пара плюс вода), сухі гарячі кам'яні породи, розігріті магмою, та магма. До низькотемпературних джерел теплової енергії для забезпечення роботи теплових насосів належать: «відпрацьована» теплова енергія технологічних процесів; енергія навколишнього середовища; низькопотенційна геотермальна енергія. Своєю чергою джерелам енергії з навколишнього середовища є сонячна енергія та її похідні у вигляді теплоти повітря та води зі штучних резервуарів. А джерелами низькопотенційної геотермальної енергії є: теплота приповерхневих шарів ґрунту; ґрунтових і підземних вод; вод з відкритих водойм. Розглянемо особливості деяких джерел теплової енергії.

1.3.1. Енергія приповерхневих шарів ґрунту

Ґрунт – це одне з найуніверсальніших джерел розсіяної теплоти. Він акумулює сонячну енергію протягом усього календарного року. При цьому може віддавати теплоту незалежно від погоди, оскільки вже на глибині 5–7 м температура практично постійна протягом року. Для більшості території України вона становить 8–12 °С, що цілком достатньо для облаштування високоефективної системи опалення та охолодження. Ба більше, у верхніх шарах землі мінімальне значення температури досягається на кілька місяців пізніше від піків морозів. Потреба в інтенсивному обігріві за допомогою геотермального теплового насоса до того часу зменшується. В цілому ґрунт є стабільним джерелом низькопотенційної енергії для роботи теплового насоса.

Низькотемпературна теплова енергія збирається ґрунтовим теплообмінником, заглибленим у землю, і акумулюється в теплоносії, який подається у випарник теплонасоса та повертається назад за новою порцією теплоти. Як такий носій зазвичай використовується незамерзаюча екологічно безпечна рідина. В більшості теплових насосів, які використовують як низькопотенційне джерело енергії енергію приповерхневих шарів ґрунту, застосовується розчин води і пропіленгліколю або етиленгліколю (розсол). Є інша схема відбору теплоти – замість розсолу в контурі циркулює фреон, який перетворюється на пару безпосередньо в ґрунтовому теплообміннику. Ця схема трохи підвищує ККД теплового насоса, але її експлуатація складна й небезпечна для довкілля.

Сьогодні найпопулярнішим і найпоширенішим можна вважати тепловий насос типу «ґрунт-вода» з «розсолом». У цих геотермальних теплових насосах використовується два види теплообмінників: ґрунтовий колектор (ґрунтовий теплообмінник розташований в ґрунті горизонтально) та ґрунтовий зонд (ґрунтовий

теплообмінник розташований в ґрунті вертикально). Обидва здебільшого виготовляються з поліетиленових труб діаметром 32–40 мм з добавками теплопровідного пластифікатора [16].

Можливо також виділити ще два види систем [17]:

1. Відкриті системи. Це системи, де в якості джерела низькопотенційної теплоти використовуються ґрунтові води, або води з першого та наступного від поверхні водоносного горизонту, що підводяться безпосередньо до випарника теплового насоса зі свердловин, а потім повертаються у водоносний горизонт за допомогою іншої свердловини. Також до систем відбору теплоти з приповерхневих шарів ґрунту відносять і системи, що використовують низькопотенційну теплоту відкритих водойм.

2. Закриті системи. Це системи, в яких використовується проміжний теплоносіє (вода або незамерзаюча рідина). Закриті системи поділяються на горизонтальні й вертикальні.

Ґрунтовий колектор (горизонтальний ґрунтовий теплообмінник) являє собою трубу, горизонтально змонтовану під шаром ґрунту. Головна перевага горизонтального колектора – універсальність та простота монтажу. Недолік – велика площа, необхідна під ґрунтовий колектор, орієнтовно 100 м² на 1 кВт потужності теплонасоса та обмеження щодо висадки рослин на місці монтажу геотермального поля й будівництва будівель. Є багато схем укладання труб ґрунтового теплообмінника: петля, змійка, зигзаг, плоскі й гвинтові спіралі різних форм тощо. Вибір способу укладання горизонтального колектора визначається теплопровідністю ґрунту та геометрією ділянки.

Продуктивність ґрунтового теплообмінника більша на зволжених суглинках і значно менша – на сухих піщаних ділянках. У середньому 1 м² поверхні ґрунту може забезпечити відбір 10 Вт потужності. Довжина труби однієї петлі ґрунтового колектора геотермального теплового насоса без з'єднань має бути не більше 600 м. Інакше у разі зросте витрата електричної енергії на забезпечення роботи циркуляційного насоса та, відповідно, на тепловий насос. Якщо потрібна велика потужність теплового насоса «ґрунт-вода», то роблять декілька витків ґрунтового колектора.

Ґрунтовий зонд (вертикальний ґрунтовий теплообмінник) являє собою систему довгих труб, які опущені в глибоку свердловину (40–400 м). Тепловий насос з вертикальним ґрунтовим теплообмінником потребує невеликої ділянки землі, але при цьому необхідні додаткові роботи з буріння свердловин.

На глибині більше 15 м завжди однакова температура – близько 10 °С, тому вертикальні ґрунтові теплообмінники потужніші за горизонтальні. Один метр довжини вертикального теплообмінника дає від 30 до 100 Вт теплової енергії залежно від ґрунту. Відомо багато різних конструкцій вертикальних колекторів.

Але найбільш застосовуваними конструкціями є дві: труба в трубі та U-подібна. По одній лінії розсол подається циркуляційним насосом вниз, а по другій – ним же піднімається вгору, до випарника теплового насоса. Крім того, в глибоких свердловинах, трубопроводи вертикального ґрунтового теплообмінника завжди захищають обсадною трубою.

Для покращення теплопередавання й підвищення міцності вертикального ґрунтового теплообмінника, проміжок між землею або обсадною трубою і трубою теплообмінника заповнюється бентонітом чи бетоном. Якщо потрібно отримати велику потужність, то встановлюють декілька таких вертикальних ґрунтових теплообмінників. Відстані між вертикальними ґрунтовими теплообмінниками становить 5–7 м.

1.3.2. Енергія ґрунтових, підземних вод і відкритих водойм

Сонце, віддаючи енергію, нагріває воду в морях, озерах та інших водоймах. Сонячна енергія накопичується у воді й донних шарах. Рідко температура на дні водойми знижується нижче +4 °С. Що ближче до поверхні, то температура має більші варіації протягом року, а на глибині – вона досить стабільна. Теплообмінник для збору теплоти встановлюють безпосередньо на дно або в ґрунт на дні водойми. Важливо, щоб колектор був оснащений грузилом для запобігання спливанню його на поверхню. Що нижче він залягає, то менший ризик його ушкодження. Використання води відкритої водойми як джерела теплової енергії для теплового насоса дуже ефективно для будівель та інших об'єктів з відносно високими потребами теплової енергії [16].

Джерелом теплоти для теплових насосів типу «вода-вода» можуть бути поверхневі (річки, озера) або ґрунтові води (з використанням свердловин). Зауважимо, що конструкції теплових насосів у цьому разі не відрізняються від тих, які працюють з розсолом.

1.4. Теплообмінники для вилучення теплоти ґрунту та води

1.4.1. Горизонтальні ґрунтові теплообмінники

Горизонтальні ґрунтові теплообмінники є найпоширенішим варіантом геотермальних теплообмінників. Вони складаються з труб, покладених паралельно поверхні землі. Залежно від умов окремі циркуляційні контури укладаються на відстані від 0,5 до 0,8 м (якщо діаметр труб більше 40 мм – від 1,2 до 1,5 м), приблизно як у системі опалення підлоги. Труби подавання та зворотних циркуляційних контурів сходяться в розподільчі колодязі або колектори та підводяться до теплового насоса. Важливою перевагою горизонтальних ґрунтових теплооб-

мінників є відносно низькі інвестиційні витрати при відносно високому сезонному ККД. Разом з тим для монтажу системи потрібен досить великий відкритий майданчик.

Альтернативою горизонтальним ґрунтовим теплообмінникам є активація фундаментних плит з метою опалення та/або пасивного охолодження. У цьому разі крім фактичної площі, що займає сама будівля, не потрібно додаткового місця під монтаж. Оскільки конструкція більшості будівель передбачає наявність фундаментних плит, стрічкового фундаменту чи фундаменту глибокого закладення або їх поєднання, використання термальної енергії за допомогою фундаментів є достатньо перспективним варіантом застосування низькопотенційної теплової енергії ґрунту. Відомо, що під фундаментною плитою чи плитою перекриття, тобто між ґрунтом та перекриттям зазвичай улаштовується так званий вирівнювальний шар, що складається з бетону або дрібного гравію. Для використання низькопотенційної енергії ґрунту можна вбудовувати труби ґрунтового теплообмінника саме в цей шар. Рівень потужності, якого може бути досягнуто при експлуатації фундаментних плит, обмежений. Він безумовно, буде нижчим, ніж при використанні горизонтальних ґрунтових теплообмінників, розташованих поруч з будинком. Для ефективності системи крім складу ґрунту важливе значення мають також рівень ґрунтових вод та їх рух.

Експериментально й теоретично доведено, що 90% теплової енергії, отриманої з ґрунту за допомогою ґрунтових горизонтальних теплообмінників – це накопичена в ґрунті сонячна енергія, а не енергія ядра Землі. Тому вирішальним фактором ефективної роботи системи є тепловий контакт з поверхнею Землі. У зимовий період кількість сонячної енергії, що потрапляє в ґрунт, є мінімальною, а вилучення теплоти ґрунтовими колекторами за допомогою теплових насосів – максимальним. Основу енергоємності становить фазовий перехід води, яка присутня в ґрунті. Для того щоб горизонтальний ґрунтовий теплообмінник використовував цю енергію максимально ефективно, необхідно, щоб його верхня частина, якій можна надати будь-якої форми, була розташована нижче рівня промерзання ґрунту.

Ефективність горизонтального ґрунтового теплообмінника залежить переважно від вологовмісту ґрунту. В піщаному ґрунті з його низькою капілярною дією дощова вода швидко просочується в глибші шари. Глинистий ґрунт, що має високий капілярний ефект, може давати опір гравітаційним силам та, відповідно, утримувати воду набагато краще. Ці відмінності призводять до того, що об'ємний вологовміст піщаного ґрунту здебільшого становить менше 10%, а у глинистого ґрунту може перевищувати значення в 35%. Отже, глинистий ґрунт здатен утримувати втричі більший об'єм води. Ця вода, що міститься у ґрунті, збільшує його теплопровідність. Відповідно до цього теплота, що закумуляована

більш глибокими пластами ґрунту, та сонячна енергія з земної поверхні надходять в колек-тори набагато швидше у вологому ґрунті.

У табл. 1.2 наведено відмінності між сухим нескладним, мулистим ґрунтом та насиченим водою піском і гравієм, що повною мірою відображає різноманітність ґрунтів, існуючих в природі.

Таблиця 1.2. Референтні значення для розрахунку розмірів горизонтального ґрунтового теплообмінника [18]

Ґрунт	Питома потужність відведення q_E (Вт/м ²) при 1800 ч/г	Питома потужність відведення q_E (Вт/м ²) при 2400 ч/г	Відстань між трубами, м	Глибина установки, м
Сухий нескладний ґрунт	10	8	1	1,2–2
Зв'язаний мулистий ґрунт	10–30	16–24	0,8	1,2–2
Насичений водою пісок, гравій	40	32	0,5	1,2–2

Пісок – пухкий ґрунт, що складається з окремих зерен (< 5 мм). У цьому типі ґрунту капілярний ефект дуже низький, а проникність ґрунтових вод висока. Завдяки цьому дощова вода швидко проникає в глибші пласти, що обумовлює низький об'ємний вологовміст, який не перевищує 10%. Глинистий ґрунт складається переважно з суміші піску та суглинку. Суглинний ґрунт має зернистість середньої величини (між 2 і 50 мм). Зазвичай об'ємний вміст води цих ґрунтів досягає від 20 до 40%, а отже, в порівнянні з піщаними ґрунтами вони краще підходять для використання колекторів горизонтального типу. Піщано-глинисті ґрунти, велика частина яких складається з дуже дрібного зерна (< 2 мм), мають ще більший капілярний ефект, що збільшує об'ємний вміст води до рівня вище 30%. Фізичні властивості ґрунтів варіюються від місця до місця, на це, серед іншого, впливає обсяг опадів у різних місцевостях. На території Європи кліматичні відмінності настільки великі, що немає сенсу в установці ґрунтового горизонтального теплообмінника за однаковими правилами. В тепліших районах можливо досягнення більш високої ефективності при меншій глибині залягання труб теплообмінника, в холодніших – потрібно враховувати місцеве значення глибини промерзання ґрунту.

У режимі опалення горизонтальні ґрунтові теплообмінники забирають теплоту з ґрунту, й він охолоджується до температури нижче звичайного рівня. При розрахунку систем не слід допускати згубного впливу на ґрунт і доквілля або їх ушкодження. У цілому існує ймовірність, що флора над місцем монтажу горизон-

нтального ґрунтового колектора розвиватиметься навесні з невеликим запізненням. Оскільки горизонтальний ґрунтовий теплообмінник розташовується зазвичай на глибині більше одного метра і на цю глибину проникає лише незначна кількість коріння ґрунтових культур, указаний ефект є незначним. Вважається, що в зоні розташування горизонтального ґрунтового теплообмінника можна садити будь-які види рослин, навіть дерева. Коріння рослин не може пошкодити труби геотермальної системи, а вплив труб на рослини є мінімальним. Негативний вплив системи можливий у разі циркуляції по контуру теплообмінника теплоносія з температурою нижче 0 °С, унаслідок чого може бути обмерзання труб та ґрунту, оскільки вода, що перебуває в ґрунті, починає замерзати.

Незначний рівень утворення льоду не є проблемою, бо в зимовий період ґрунт зазвичай промерзає на деяку глибину (залежно від регіону) та відтає з приходом весни. Проте при спільному впливі цих двох факторів довкіллю може бути завдано шкоди. Вода, яка є у порах ґрунту, при замерзанні збільшується в обсязі. Якщо невелика кількість пор заповнена водою, утворення льоду протікає без помітних наслідків, оскільки лід у цьому разі може розширюватися за рахунок суміжних пор, які заповнені повітрям. Однак якщо рівень вологовмісту ґрунту високий, це веде до перенапруги і до різних негативних наслідків.

Насамперед замерзає і розширюється вода, яка перебуває в безпосередній близькості до колектора. Через розширення ґрунту труба теплообмінника виштовхується назовні. Навіть після танення льоду в весняний період суглинистий ґрунт схильний до збереження структури, що утворилася. Таким чином, припиняється термічний контакт між трубою колектора і ґрунтом. Простір, що утворився між трубою і ґрунтом може бути знову заповнено лише після збільшення кількості опадів. Шари льоду під пластом перезволоженого ґрунту, особливо на крутих схилах, можуть призвести до зсувів.

1.4.2. Вертикальні ґрунтові теплообмінники

Ґрунтові зонди (вертикальні ґрунтові теплообмінники) часто використовуються з метою економії площі, оскільки вони займають достатньо мало місця. Вертикальні ґрунтові теплообмінники придатні для використання майже в будь-якому ґрунті. Вертикальні зонди – це теплообмінники, які встановлюються у ґрунт у вертикальній площині. За допомогою теплового насоса зібрана з ґрунту теплота передається в систему опалення або гарячого водопостачання при додатній для використання температурі. Так само як і інші системи геотермальної енергії, вертикальні ґрунтові теплообмінники можуть використовуватися для пасивного (природного) й активного охолодження в літній період. Це є одним з основних переваг у порівнянні з традиційними системами опалення та кондиціонування. При охолодженні будівлі в літній період теплота, що була відібрана з

приміщення, відводиться в ґрунт. Рівень необхідної потужності геотермального теплообмінника залежить від геологічних і кліматичних умов, технології вилучення теплоти й сезонних коливань теплового навантаження з боку споживача. Для отримання більшої потужності створюються так звані колекторні поля. Вони являють собою об'єднання кількох вертикальних геотермальних теплообмінників. Зазвичай вертикальний колектор складається з однієї або двох паралельно встановлених пластикових труб U-подібної форми. По цих двох трубах циркулює теплоносій – соляний розчин (суміш води й антифризу). Соляний розчин забирає теплоту з ґрунту, переносить її до випарника теплового насоса і після часткового відбору низькопотенційної теплової енергії знову повертається у вертикальний ґрунтовий теплообмінник.

Енергія, що отримана з ґрунту тепловим насосом, перекачується в контур теплопостачання будівлі з необхідною, комфортною для перебування людей та роботи техніки температурою. Температура подачі теплоносія з теплового насоса споживачеві переважно становить близько 45-55°C. Різниця між значенням температури теплоносія, що подається до випарника теплового насоса з ґрунту, та значенням температури теплоносія, що подається до системи теплопостачання будівлі, має бути невеликою, щоб створити умови для високого сезонного коефіцієнта перетворення теплового насоса. А для ефективної роботи теплонасосної системи теплоносій з ґрунтового теплообмінника повинен подаватися, навіть якщо і з невеликою (5–10 °C), але стабільною температурою. Залежно від системи вертикальні геотермальні теплообмінники мають довжину до 400 м. Температура у верхньому шарі ґрунту схильна до сезонних коливань. Однак на глибині нижче межі промерзання амплітуда таких коливань значно знижується. У ґрунті, починаючи з глибини 15 м, спостерігається постійна температура. Отже, вертикальні ґрунтові колектори забезпечують досить стабільну температуру теплоносія на вході до випарника теплового насоса.

Одиночний U-подібний ґрунтовий теплообмінник

Одиночний U-подібний ґрунтовий теплообмінник складається з двох колекторних труб, які з'єднані в нижній частині за допомогою U-подібного фітинга. Таким чином, одиночний U-подібний геотермальний теплообмінник складається з однієї труби подачі й однієї труби відведення теплоносія.

Здвоєний U-подібний ґрунтовий теплообмінник

Здвоєний U-подібний ґрунтовий теплообмінник (2-U-подібний) складається з чотирьох колекторних труб, які з'єднані в нижній частині попарно за допомогою U-подібних фітингів. Тож у здвоєному U-подібному колекторі – по дві труби подачі та дві труби відведення теплоносія.

Коаксіальний колектор

Коаксіальність означає співвісне розташування тривимірних елементів. Отже, коаксіальний ґрунтовий колектор – це колектор, який складається з двох вбу-

дованих одна в одну труб (внутрішня труба і зовнішня труба). Залежно від режиму роботи внутрішня труба може використовуватися як труба подачі або відведення теплоносія.

1.4.3. Енергетичні кошики

Енергетичні кошики використовуються на об'єктах, де неможливе глибоке буріння, з огляду на умови водного законодавства, або з гідрологічних причин, або через нестачу вільного місця. Енергетичний кошик – це геотермальний теплообмінник, що поєднує в собі конструктивні особливості як горизонтального, так і вертикального теплообмінників. Він являє собою трубу, укладену кільцями у вигляді конуса.

Енергокошик є економічно й енергетично ефективною альтернативою в сфері використання низькопотенційної геотермальної енергії. Працює він аналогічно іншим геотермальним теплообмінникам. При роботі соляний розчин (суміш води та етиленгліколю) циркулює в трубах енергокошика й відбирає теплоту з ґрунту. При спільному використанні з тепловим насосом рівень температури можна підняти до рівня, необхідного для опалення. У спекотні літні місяці низька температура ґрунту може бути використана для пасивного охолодження, також відомого як природне охолодження. Під час експлуатації в цьому режимі використовується тільки циркуляційний насос соляного розчину теплового насоса. Отже, витрата енергії під час фази охолодження є мінімальною, і це рішення, безумовно, є найрентабельнішим у порівнянні з традиційними варіантами організації охолодження. Умовою застосування цього рішення є наявність системи опалення й охолодження. Таке змінне використання енергії ґрунту через нагрівання та охолодження створює енергетичний баланс і, таким чином, гарантує роботу джерела енергії протягом тривалого часу.

Енергетичні кошики призначені для експлуатації на глибині від 1 до 5 м. Енергокошики встановлюються в безпосередній близькості до поверхні ґрунту і розташовуються на такій глибині, де відбуваються сезонні коливання рівня температури. Таким чином, погодні умови на 100% впливають на температуру ґрунту. Сезонні коливання температури фіксуються на глибинах приблизно до 15–20 м (залежно від регіону).

На глибині установки енергетичного кошика протягом усього року утримується постійний рівень температури – від 7 до 13 °С. Конічна форма енергокошика дозволяє використовувати великий об'єм ґрунту, незважаючи на досить маленьку площу її верхньої частини. Отже, великий обсяг ґрунту й постійний рівень температури перешкоджають передчасному замерзанню навколишнього ґрунту. Формування льоду можливе лише на трубах енергетичного кошика в разі вели-

ких навантажень. Зі зниженням навантаження рівень утворення льоду знижуватиметься. З огляду на те, що температура відбору теплоти є майже постійною, це технічне рішення є економічно та енергетично збалансованою системою, яка забезпечує ефективний відбір низькопотенційної теплової енергії ґрунту для забезпечення стабільної роботи теплового насоса. Вважається, що економічно ефективним є використання цих систем в діапазоні потужностей до 30 кВт.

Завдяки конічній формі енергетичного кошика створюється збільшена поверхня для поглинання термальної енергії, крім того, об'ємний вміст теплоносія (соляного розчину) доводиться до максимального рівня. Тож відбір термальної енергії з ґрунту може відбуватися найбільш рівномірно. Оскільки відбір теплоти відбувається на глибині від 1 до 5 м нижче рівня промерзання ґрунту, вдається уникнути ефекту так званого наскрізного промерзання. Компактні розміри енергетичного кошика вимагають на 60% менше площі, ніж установка горизонтального ґрунтового теплообмінника. Зазвичай у разі використання енергетичних кошиків не відбувається зміщення ґрунту через утворення крижаних циліндрів при недостатніх розмірах колектора, а також відсутня імовірність формування смуги льоду нижче рівня поверхні, що перешкоджає проникненню в ґрунт дощових і талих вод.

1.4.1. Енергетичні палі

Палі фундаменту, що діють як теплообмінник, добре підходять для поверхонь з малою несучою здатністю. Ідеться про бурові палі, коли свердловини заповнюються бетоном з попередньо встановленою сталеву арматурою. Для з'єднання з джерелом енергії у фундамент, що будується, залежно від розмірів палі встановлюють труби.

Енергетична паля виконує дві функції. Основною функцією є передача навантаження споруди на ґрунт, а додатково – виконання ролі колектора низькопотенційної геотермальної енергії. При використанні фундаментної палі як енергетичної несуча здатність не повинна змінюватись. Необхідно виключати зниження несучої здатності палі (формування льоду, зменшення площі перерізу через проходження теплообмінних труб) за допомогою обмеження температури й статичних випробувань. Енергетичні палі покривають базові теплові навантаження. В разі потреби пікові навантаження мають компенсуватися за рахунок використання додаткових систем отримання теплової енергії. Невеликі будинки сімейного типу на фундаментах глибокого закладення, що мають хорошу теплоізоляцію можуть бути повністю забезпечені тепловою енергією для опалення та гарячого водопостачання за допомогою енергопалей в багатовалентному режимі,

однак таке застосування теплообмінника описуваного типу застосовується не часто.

Систему енергопаль слід використовувати як змінний накопичувач, систематично міняючи по черзі режими опалення та охолодження. Крім опалення енергетичні палі дають змогу також акумулювати залишкову та сонячну енергію, використовуючи для цього земельний масив під будинком, глибина якого залежно від специфіки будівлі може досягати кількох десятків метрів.

Цим досягається оптимальна потужність відведення теплоти з ґрунту для генерування як теплоти, так і холоду. Забезпечення рівномірного теплового балансу протягом року дозволяє мінімізувати теплову взаємодію між сусідніми енергетичними палями та забезпечити ефективне енергетичне й економічне співвідношення проєкту [18].

РОЗДІЛ 2. ТЕПЛОФІЗИЧНІ ПРОЦЕСИ ВИДОБУВАННЯ ТЕПЛОВИХ РЕСУРСІВ ВЕРХНІХ ШАРІВ ҐРУНТУ

2.1. Закономірності процесу теплообміну в системах вилучення й акумулювання теплоти

Вилучення або акумулювання теплової енергії багато в чому залежить від процесів поширення теплоти в тілах та процесів обміну теплотою між цими тілами. У питаннях теплообміну й енергозбереження необхідно вирішити два основних завдання [19]:

1. Визначення кількості теплоти, яке при заданих умовах переходить з однієї частини тіла до іншої або передається від одного тіла до іншого.
2. Визначення температури в різних ділянках тіла, яка бере участь у процесі теплообміну.

Існують **три основних способи перенесення теплової енергії**:

- **теплопровідність** – перенесення теплоти від більш нагрітих до менш нагрітих ділянок тіла за рахунок теплового руху і взаємодії мікрочасток, що призводить до вирівнювання температури тіла;
- **конвекція** – перенесення теплоти за рахунок переміщення частинок речовини у просторі, що спостерігається в рухомих рідинах та газах;
- **теплове випромінювання** – перенесення енергії електромагнітними хвилями за відсутності контакту між тілами.

У більшості випадків передача теплоти між тілами здійснюється одночасно двома або трьома методами.

Перенесення теплоти від гарячої рідини до холодної через стінку, що їх розділяє, називають процесом **теплопередачі**.

У розділі розглянуто основні кількісні та якісні закономірності перебігу цих процесів.

2.1.1. Основні положення теплопровідності

Теплопровідність – процес поширення (перенесення) теплоти шляхом безпосереднього дотику мікрочасток, які мають різну температуру, або шляхом дотику тіл (або їхніх частин), коли тіло не переміщається в просторі. Механізм передавання теплоти має молекулярний чи електронний характер.

У теплофізиці та теплотехніці прийнято вважати, що будь-яке тіло складається з найдрібніших частинок. В елементах тіла, які схильні до нагрівання, молекули починають рухатися, в результаті чого виникають пружні хвилі, які передаються від більшої температури до меншої. Це призводить до вирівнювання те-

мператури тіла. Таке молекулярне перенесення теплоти спостерігається в твердих тілах, діелектриках, рідинах та газах. У металах до цього явища додається рух вільних електронів, тому теплопровідність металів вища, ніж у діелектриках, рідинах та газах [19].

Теплопровідність рідин і газів може розглядатися тільки в тих випадках, коли вони в усьому об'ємі перебувають у нерухомому стані. У реальних умовах у рідин і газів відбувається відносний і безперервний рух частинок, передавання теплової енергії здійснюється переважно конвекцією, а ефект теплопровідності стає другорядним. Тому теплопровідність рідин і газів ураховується при проведенні спеціальних досліджень.

Згідно з теорією теплопровідності будь-яка речовина сприймається як суцільне матеріальне середовище – континуум; це зручно для математичного аналізу, оскільки дозволяє представляти фізичні явища в малій диференціальній формі і створює ширші можливості для застосування існуючих законів природознавства. Однак такий погляд на матерію прийнятний лише тоді, коли розміри диференціалів речовини досить великі порівняно з розмірами молекул і відстанями між ними. Вказана обставина зберігається в переважній більшості випадків. Якщо відстані між молекулами стають сумірними з величиною диференціалів речовини (наприклад, в сильно розрідженому стані), припущення про те, що середовище суцільне, стає неприйнятним.

Будь-яке фізичне явище триває в часі й просторі та пов'язане з поняттям поля (температур, тисків, потенціалу). Процес теплопровідності пов'язаний з розподілом температур усередині тіла. Температура характеризує ступінь нагріву й тепловий стан тіла.

Сукупність значень температур у різних точках простору в різні моменти часу називається **температурним полем**. Якщо температура конкретної точки тіла залежить лише від координат $T = f(x, y, z)$, то таке температурне поле називається **стаціонарним**, а якщо вона залежить від координат і часу $T = f(x, y, z, \tau)$ – **нестационарним**. Отже, розрізняють стаціонарне (незалежне від часу) і нестационарне (залежне від часу) поле температур, а також одно-, дво- і тривимірне поле, яке характеризується однією, двома або трьома координатами.

Ізотермічна поверхня – це геометричне місце точок з однаковою температурою. Будь-яка ізотермічна поверхня поділяє тіло на дві області: з більшою та меншою температурою. Теплота переходить через ізотермічну поверхню в область нижчої температури. Кількість теплоти ΔQ (Дж), що проходить в одиницю часу Δt (с) через довільну ізотермічну поверхню, називається *тепловим потоком* Q , Дж/с (Вт). У загальному випадку тепловий потік може збігатися або не збігатися з лінією струму теплоти, а також може змінюватися вздовж лінії струму те-

плоти або залишатися постійним. Значення теплового потоку може залежати або не залежати від часу.

Інтенсивність теплообміну характеризується щільністю теплового потоку.

Щільністю теплового потоку q (або питомим тепловим потоком) називається кількість теплоти ΔQ (Дж), яка проходить через одиницю поверхні F (м^2) в одиницю часу $\Delta \tau$ (с) ($\text{Дж}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$ або $\text{Вт}/\text{м}^2$):

$$q = \Delta Q / \Delta \tau F. \quad (2.1)$$

Отже, густина теплового потоку q – це тепловий потік Q (Вт), віднесений до одиниці поверхні F (м^2):

$$q = Q / F. \quad (2.2)$$

Французький вчений Жан Батіст Фур'є (1768–1830) спочатку експериментально в 1807 р., а потім і теоретично в 1822 р. установив, що для ізотропних (твердих) середовищ кількість переданої теплоти ΔQ (Дж) пропорційна падінню температури ($-\partial T/\partial n$), часу $\Delta \tau$ (с) і площі перерізу F (м^2), перпендикулярного напрямку поширення теплоти.

Математичний вираз закону теплопровідності Фур'є:

$$\Delta Q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} F \Delta \tau, \text{ або } Q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} F, \text{ або } q = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n}. \quad (2.3)$$

Множник пропорційності λ в законі Фур'є називається коефіцієнтом теплопровідності. Він характеризує здатність речовини проводити теплоту. *Коефіцієнт теплопровідності λ* , $\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$, чисельно дорівнює кількості теплоти (Дж), що проходить в одиницю часу (с) через одиницю поверхні (м^2), якщо різниця температур становить один градус (К), на одиницю довжини один метр (м).

Коефіцієнт теплопровідності – тепловий потік (Вт), що проходить через один квадратний метр ізотермічною поверхні (м^2) при температурному градієнті (К/м), рівному одиниці.

Для різноманітних речовин коефіцієнт теплопровідності λ неоднаковий і залежить від фізичних характеристик матеріалу (структури, щільності, вологості, тиску й температури), а для технічних розрахунків зазвичай приймаються за довідковими таблицями. При поширенні теплоти температура в різних частинах тіла різна, а залежність від температури має вигляд: $\lambda = \lambda_0 [1 + b (t - t_0)]$, де λ_0 – коефіцієнт теплопровідності при температурі t_0 ; b – постійна, визначається експериментальним шляхом.

Для більшості речовин і матеріалів залежність $\lambda = f(T)$ досить незначна, що дозволяє λ усереднювати в заданому інтервалі температур та оперувати як постійною характеристикою.

2.1.2. Диференціальні рівняння теплопровідності

Диференціальним рівнянням теплопровідності називається математична залежність, що пов'язує між собою всі фізичні параметри, що характеризують явище теплопровідності всередині об'єму.

Теплопровідність визначається тепловим рухом мікрочастинок тіла. У чистому вигляді явище теплопровідності спостерігається у твердих тілах, нерухомих газах та рідинах за умови неможливості виникнення в них конвективних потоків.

Передача теплоти теплопровідністю пов'язана з відмінністю температур окремих частин тіла. Сукупність значень температур всіх точок тіла в даний момент часу має назву температурного поля. У загальному випадку рівняння температурного поля має вигляд:

$$T = f(x, y, z, \tau), \quad (2.4)$$

де T – температура тіла; x, y, z – координати точки; τ – час.

Для виводу диференціального рівняння теплопровідності необхідно уявити собі об'єм тіла в декартовій або циліндричній системі координат, яке нагрівається або охолоджується і всередині якого існує температурне поле. Теплопровідність речовини залежить від температури, координат точки, часу, щільності, теплоємності та інших фізичних параметрів тіла.

Для встановлення математичної залежності цих параметрів необхідно частину їх взяти в нескінченно малому значенні, у вигляді частинних похідних ($\partial T/\partial x, \partial T/\partial y, \partial T/\partial z, \partial T/\partial \tau, \partial q_x/\partial x$ і т. п.), а частину в кінцевому – $dT, dx, dy, dz, d\tau, \lambda, c, \rho$.

Якщо початок координат розташувати в центрі тіла, то в усіх випадках його середня температура визначається за формулами:

– для паралелепіпеда:

$$T_{cp} = \frac{1}{2R_1 2R_2 2R_3} \int_{-R_1}^{+R_1} dx \int_{-R_2}^{+R_2} dy \int_{-R_3}^{+R_3} T(x, y, z, \tau) dz; \quad (2.5)$$

– для циліндра:

$$T_{cp} = \frac{1}{\pi R^2 2L} \int_0^{+R} r dr \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-L}^{+L} T(x, y, z, \tau) dz. \quad (2.6)$$

Питоме внутрішнє тепловиділення W має вигляд:

$$\frac{dQ_w}{dV d\tau} = W, \quad (2.7)$$

де dQ_w – кількість теплоти, що виділяється в обсязі $dV = dx dy dz$ за час $d\tau$.

Відношення

$$\frac{\lambda}{(c\rho)} = a, \quad (2.8)$$

де $(c\rho)$ – питома об’ємна теплоємність, λ – коефіцієнт теплопровідності, називається *коефіцієнтом температуропровідності речовини*, m^2/s , який характеризує швидкість вирівнювання температури в нерівномірно нагрітому об’єкті тіла.

Диференціальне рівняння теплопровідності Фур’є для ізотропного твердого тіла в декартовій системі координат має вигляд:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{W}{(c\rho)}. \quad (2.9)$$

Якщо температурне поле стаціонарне – маємо диференціальне рівняння Пуассона:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{W}{(c\rho)} = 0. \quad (2.10)$$

За відсутності внутрішніх джерел теплоти, коли тепловиділення W дорівнює нулю, маємо диференціальне рівняння Лапласа:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0. \quad (2.11)$$

Диференціальні рівняння Фур’є, Пуассона та Лапласа можуть бути двовимірними, коли температура залежить від двох будь-яких координат, і одновимірними, коли температура залежить тільки від однієї координати простору.

У теплофізиці та теплотехнічних додатках найчастіше зустрічаються такі випадки:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right); \quad \frac{\partial T}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}; \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{W}{\lambda} = 0; \quad \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0.$$

Диференціальні рівняння теплопровідності в декартовій системі координат зручно використовувати в тих випадках, коли тіло має форму паралелепіпеда, куба, призми прямокутного або квадратного перерізу, необмеженої пластини, товщина якої дуже мала порівняно з іншими розмірами.

Для тіл циліндричної форми ці рівняння зручніше використовувати в циліндричній системі координат $x = r \cos\psi$, $y = r \sin\psi$, які характеризуються віссю z , радіусом r та кутом повороту ψ . Диференціальне рівняння теплопровідності Фур’є в циліндричній системі координат має вигляд:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \psi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{W}{(c\rho)}. \quad (2.13)$$

У теплофізиці та теплотехніці часто трапляються тіла, які мають форму (або близько до форми) циліндра кінцевих розмірів, диска кінцевих розмірів, нескінченного циліндра (тіло, довжина якого дуже велика порівняно з діаметром), і вони теж описуються диференціальними рівняннями Фур'є, Пуассона та Лапласа:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right); \quad \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{W}{\lambda} = 0; \quad \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = 0. \quad (2.14)$$

Для тіл у формі кулі диференціальне рівняння теплопровідності зручніше використовувати у сферичній системі координат:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right). \quad (2.15)$$

Якщо тіло рідке, то елементарний об'єм рухається в просторі великого обсягу, приймаючи температуру тієї точки, де перебуває в даний час. Для нерухомого елементарного обсягу температура змінювалася би з часом.

Отже, причинами зміни температури елементарного об'єму є його переміщення між точками з різною температурою і його перебування в великому об'ємі, температура якого змінюється в часі. Диференціальне рівняння для рідини, що рухається має назву Фур'є – Кірхгофа і встановлює зв'язок між тимчасовими й просторовими змінами температури в будь-якій точці середовища, що рухається [20, 21].

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + \omega_x \frac{\partial T}{\partial x} + \omega_y \frac{\partial T}{\partial y} + \omega_z \frac{\partial T}{\partial z} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{W}{(c\rho)} = 0. \quad (2.16)$$

2.1.3. Основні положення теорії конвективного теплообміну

Конвекція – переміщення макроскопічних частин середовища (газу, рідини), що призводить до перенесення маси й теплоти. В реальних умовах конвекція завжди супроводжується теплопровідністю або молекулярним перенесенням теплоти. Спільний процес перенесення теплоти конвекцією та теплопровідністю називається *конвективним теплообміном*. Конвективний теплообмін між рідиною і твердим тілом часто називають *теповіддачею*.

На процес тепловіддачі конвекцією впливає ціла низка факторів.

1. Характер руху рідини біля твердої стінки. За природою виникнення розрізняють два види руху: вільний і вимушений.

Вільним називається рух, що відбувається внаслідок різниці щільностей нагрітих та холодних частинок рідини в полі тяжіння. В разі зіткнення з нагрітим тілом рідина (повітря) нагрівається, стає легше і піднімається вгору. Від стикання з холодним тілом рідина охолоджується, стає важче й опускається вниз. Рух

називається також природною конвекцією і може відбуватися в обмеженому (каналі, щілинах) або необмеженому просторі. Виникнення та інтенсивність вільного руху визначаються тепловими умовами процесу і залежать від розташування поверхні (вертикальне або горизонтальне), напрямів тепловіддаючої поверхні (вгору або вниз), роду рідини, різниці температур, напруженості гравітаційного поля та об'єму простору, в якому протікає процес.

Вимушеним рухом називається рух, який виникає під дією сторонніх збудників, наприклад насоса, вентилятора тощо. В загальному випадку поряд з вимушеним рухом одночасно може розвиватися й вільний рух рідини. Відносний вплив останнього тим більше, чим більша різниця температур в окремих точках рідини і чим менше швидкість вимушеного руху.

Вимушений рух рідини може бути ламінарним або турбулентним. У ламінарному режимі (від латинського слова *lamina* – смуга) течія має спокійний, плинний характер, а в турбулентному (від латинського слова *turbulus* – вихор) рух невпорядкований, вихровий.

Для процесів тепловіддачі режим руху рідини має велике значення. Зміна режиму руху рідини відбувається при деякій критичній швидкості, яка відрізняється в кожному конкретному випадку.

Однак за будь-якого виду руху в тонкому шарі біля поверхні через наявність в'язкого тертя потік рідини загальмовується та швидкість падає до нуля. Цей шар прийнято називати в'язким підшаром. Інтенсивність тепловіддачі для газів і рідин здебільшого визначається термічним опором цього підшару. При ламінарному режимі перенесення теплоти в напрямку нормалі до стінки здебільшого здійснюється шляхом теплопровідності прикордонного шару. При турбулентному режимі перенесення теплоти зберігається лише у в'язкому малому підшарі, а всередині турбулентного потоку перенесення здійснюється шляхом інтенсивного перемішування частинок рідини.

Втрата стійкості ламінарної течії супроводжується утворенням завихрень, які за рахунок дифузії заповнюють весь потік, викликаючи потужне перемішування рідини, яке має назву турбулентного змішування. При турбулентному русі весь потік насичений безладно рухомими вихорами, які безперервно виникають та зникають. У подальшому внаслідок в'язкості рідини вихори поступово згасають і зникають. Чим більше вихорів, тим інтенсивніше перемішування рідини, тим більша турбулентність потоку і тим вище тепловіддача.

Розрізняють природну і штучну турбулентність. Перша утворюється природно в процесі нагріву рідини та її руху вздовж стінки, коли на початку має місце ламінарний, спокійний рух, потім нестійкий, невпорядкований, після чого вихровий та турбулентний, з відривом вихорів від стінки. Друга викликається штуч-

ним способом шляхом встановлення або наявності в потоці будь-яких закручуючих лопатей, направляючих апаратів, ґрат та інших пристроїв.

Англійський фізик Осборн Рейнольдс (1842–1912) у результаті спеціальних досліджень у 1883 р. установив, що в загальному випадку режим перебігу рідини визначається не тільки однією швидкістю ω , а особливим безрозмірним комплексом (числом) Рейнольдса $Re = \omega l / \nu$, що включає і коефіцієнт кінематичної в'язкості рідини ν , і характерний (визначальний) розмір l каналу або обтічного тіла.

Перехід ламінарного режиму в турбулентний відбувається при певному, критичному значенні критерію $Re_{кр}$ і залежить від умов обтікання пластини, руху рідини всередині труб, коридорного або шахового розташування труб у пучку та інших умов.

Відомо, що тепловіддача в турбулентному потоці буде більшою, ніж в ламінарному, і ще більшою, ніж при вільному русі рідини. Тепловіддача вище, коли рідина рухається.

2. Фізичні властивості або рід рідини. Як теплоносії сьогодні застосовуються найрізноманітніші речовини: повітря, газы, вода, олії, бензол, нафта, бензин, спирти, розплавлені метали, різні спеціальні суміші. Залежно від роду та фізичних властивостей цих речовин тепловіддача протікає по-різному. Як було встановлено, на тепловіддачу впливають густина, теплоємність, коефіцієнти теплопровідності й температуропровідності, кінематична в'язкість рідини.

Крім того, фізичні властивості кожного теплоносія залежать від температури, а деякі з них і від тиску.

3. Умови теплового режиму. Теплообмін може проходити в звичайних або специфічних умовах, при зміні агрегатного стану (кипіння або конденсації), в певних умовах тепломасообміну (при розпорошенні води у форсунках контактних теплообмінників або кондиціонерів).

4. Температурний напір ΔT – різниця температур між твердою стінкою T_W та рідиною T_f . Що вища температура (порядок) температурного напору, то вище тепловіддача між рідиною і стінкою.

Наприклад, за першої умови $\Delta T_1 = T_W - T_f = 1000 - 900 = 100$ К, а за другої умови $\Delta T_2 = T_W - T_f = 400 - 300 = 100$ К, і виходить, що температурні напори рівні $\Delta T_1 = \Delta T_2 = 100$ К. Однак тепловіддача в першому випадку буде вищою, ніж у другому. Чим більше температура температурного напору, тим більше переважає турбулентний режим руху рідини.

5. Напрямок теплового потоку Q : від твердої стінки до рідини або навпаки – від рідини до стінки. За однакових інших умов тепловіддача від гарячої стінки з температурою T_W до холодної рідини T_f завжди вище, ніж від гарячої рідини до

холодної стінки. Наприклад, за першої умови $\Delta T_1 = T_W - T_f = 400 - 300 = 100$ К, а за другої умови $\Delta T_2 = T_f - T_W = 400 - 300 = 100$ К.

Отже, отримуємо, що температурні напори дорівнюють $\Delta T_1 = \Delta T_2 = 100$ К, однак тепловіддача в першому разі буде вище, ніж у другому. Вплив температурного напору ΔT та його напрямку пояснюється тим, що в першому випадку на поверхні стінки з'являється шар, у якому частинки рідини пересуваються інтенсивніше і сприяють покращенню теплообміну, а в другому – не сприяють.

6. Геометричні розміри тіла, наприклад кулі з малим і великим діаметрами. За однакових інших умов: температурі стінки кулі T_W та холодної рідини T_f тепловіддача малої кулі більше, ніж великої. В процесі тепловіддачі утворюється шар, товщина якого в малої кулі менше, ніж у великої.

7. Напрямок тепловіддавальної поверхні. При однаковій температурі стінки горизонтальної пластини T_W і холодної рідини T_f тепловіддача поверхні пластини, що повернута вгору, вище, ніж у площі, повернутої донизу. Отже, коефіцієнт тепловіддачі може змінюватися вздовж поверхні теплообміну, і тому розрізняють середній по поверхні коефіцієнт тепловіддачі й локальний, або місцевий, коефіцієнт тепловіддачі, який відповідає одиничному елементу поверхні.

Головна прикладна мета вивчення тепловіддачі та її впливу на енергозбереження полягає у визначенні кількості теплоти, яка передається від твердої поверхні рідини або назад. Картину тепловіддачі можливо уявити так. Кожна частинка рідини має свою швидкість, яка в напрямку до стінки зменшується, а для частинок, що прилипли до стінки, вважається рівною нулю. Природно, що від рухомої рідини до твердої поверхні теплота проходить через нерухомий шар, розташований біля стінки. Поперек рухомого потоку, в напрямку до стінки, переважає молярне перенесення теплоти, що здійснюється в основному конвекцією, а в самої стінки основним стає молекулярне перенесення теплоти за рахунок явища теплопровідності, що дозволяє визначати тепловий потік через шар рідини у стінки за законом теплопровідності Фур'є.

Використання закону теплопровідності для розрахунку процесу тепловіддачі виявляється дуже зручним. Однак потрібні попередні знання виду функцій температурного поля в рідині, які описуються загальним диференціальним рівнянням Фур'є – Кірхгофа та рівняннями руху Нав'є – Стокса [21].

Рівняння Фур'є – Кірхгофа, Нав'є – Стокса й нерозривності потоку описують явище або зв'язок між фізичними параметрами в самому загальному вигляді. Для конкретизації необхідно додати ще ряд рівнянь, які називають умовами однозначності завдання.

Таким чином, процес конвективного теплообміну описується дуже складною системою диференціальних рівнянь, аналітичне розв'язання якої досить

складне. Тому в цей час розрахунки процесу тепловіддачі виконуються по закону англійського математика й фізика Ісаака Ньютона (1643–1727):

$$Q = \alpha F(T_w - T_f), \quad (2.17)$$

де α – коефіцієнт тепловіддачі, Вт/(м²·К); F – площа теплообміну, м²; T_w , T_f – температури поверхні стінки й рідини, К.

Коефіцієнт тепловіддачі α чисельно дорівнює кількості теплоти (Дж), переданому від рідини до твердої поверхні (або назад) в одиницю часу (с), через одиницю поверхні (м²) при перепаді температур між стінкою та рідиною в один градус, К.

Табулювання коефіцієнта тепловіддачі виявляється неможливим, і його чисельне значення здебільшого визначається дослідним шляхом. Технічне виконання досліду з визначення коефіцієнта тепловіддачі не складне.

Визначення коефіцієнта тепловіддачі α вимагає обліку різноманітних умов теплообміну. Виникає питання: як зменшити число дослідів? Чи можливо результати одного досліду переносити на інші явища, хоча б у випадку, коли вони подібні? Відповідь на ці питання дає теорія подібності, за якою результати одного досліду можливо перенести на інші явища, якщо вони подібні.

Теплообмін у специфічних умовах включає в себе тепловіддачу в стаціонарних і нестаціонарних умовах, акустичному полі, неньютонівських рідинах, при високих швидкостях руху газів, при зміні агрегатного стану (при кипінні та конденсації пари). Питання теплообміну в специфічних умовах наведені у роботі [21].

2.1.4. Теореми і критерії теплової подібності

Теорія подібності – це вчення про умови подібності фізичних явищ. Теорія подібності спирається на вчення про розмірність фізичних величин і служить основою фізичного моделювання. Існує геометрична, механічна й тепла подібність. В основі теорії подібності лежать декілька теорем.

Перша теорема подібності (теорема Ньютона). У подібних явищах критерії подібності однакові. Особливість *теплової подібності процесів тепловіддачі* полягає в тому, що числа Нуссельта, складені для зразка і моделі (позначено *), чисельно дорівнюють:

$$\alpha \cdot l / \lambda = \alpha^* \cdot l^* / \lambda^* = Nu, \quad (2.18)$$

де α та α^* – відповідно коефіцієнти тепловіддачі для зразка та моделі; λ та λ^* – коефіцієнти теплопровідності рідин; l та l^* – відповідні геометричні відрізки.

Знаючи число Нуссельта (Nu) з досвіду на моделі та не проводячи безпосередніх вимірювань α в системі оригіналу, можливо визначити коефіцієнт тепловіддачі:

$$\alpha = \frac{\lambda}{l} Nu. \quad (2.19)$$

Друга теорема подібності (теорема Бекінгема). Розв'язання системи диференціальних рівнянь, що описують фізичне явище, може бути представлено у вигляді залежності між критеріями подібності цього явища. Залежності між фізичними параметрами, що характеризують явище, можуть бути представлені методами масштабних перетворень, аналізу розмірностей або ін.

Третя теорема подібності (теорема Кирпичова і Гухмана). Необхідною та достатньою умовою подібності фізичних явищ є подібність умов однозначності (заданих умов) за умови рівності критеріїв, складених з умов однозначності. Конкретніше зміст третьої теореми подібності формулюється так:

1. Подібні явища відбуваються в геометрично подібних системах і описуються подібними рівняннями.
2. Для теплової подібності необхідна наявність фізичної подібності руху рідин.
3. За зазначених умов подібності явища, для яких подібні умови однозначності, а критерії, складені з умов однозначності, чисельно рівні.

Для того щоб системи були подібні в тепловому відношенні, необхідно дотриматися геометричної й фізичної подібності руху рідин. Після попереднього виконання цих умов має бути здійснена подібність температурних полів моделі й оригіналу. Останнє досягається завдяки реалізації цілої низки заходів, які враховують рівність критеріїв подібності, характерних для даного явища.

Застосовуючи відому методику до системи диференціальних рівнянь і відповідні умови однозначності, що описують явище теплообміну між рідиною і твердою поверхнею, можливо отримати такі залежності:

$Nu = f(Gr; Pr)$, коли рух рідини вільний, в обмеженому або необмеженому просторі;

$Nu = f(Re; Gr; Pr)$, коли рух рідини вимушений ламінарний;

$Nu = f(Re; Pr)$, коли рух рідини вимушений турбулентний.

Таким чином, фізичний процес стає автомодельним відносно будь-якого аргументу, якщо розподіл функції, характеризує явище, починає залишатися подібним самому собі при подальшій зміні цього аргументу.

2.1.5. Розрахунок тепловіддачі за критеріями подібності

Середній коефіцієнт тепловіддачі визначається для конкретного режиму руху рідини й стану поверхні теплообміну:

$$\alpha = \frac{\lambda}{l} \text{Nu}, \quad (2.20)$$

де λ – коефіцієнт теплопровідності рідини; l – розмір; Nu – число Нуссельта.

1. Вільний рух рідини в необмеженому просторі:

– для горизонтально розташованих труб (циліндрів) із зовнішнім діаметром $L = d$, при $10^3 < (\text{Gr}_f \text{Pr}_f) < 10^8$

$$\text{Nu}_f = 0,5(\text{Gr}_f \text{Pr}_f)^{0,25} (\text{Gr}_f / \text{Pr}_w)^{0,25}, \quad (2.21)$$

– для вертикальних поверхонь (труб, пластин):

а) при $10^3 < (\text{Gr}_f \text{Pr}_f) < 10^9$ (ламінальний режим)

$$\text{Nu}_f = 0,76(\text{Gr}_f \text{Pr}_f)^{0,25} (\text{Gr}_f / \text{Pr}_w)^{0,25}, \quad (2.22)$$

б) при $(\text{Gr}_f \text{Pr}_f) > 10^9$ (турбулентний режим)

$$\text{Nu}_f = 0,15(\text{Gr}_f \text{Pr}_f)^{0,33} (\text{Gr}_f / \text{Pr}_w)^{0,25}. \quad (2.23)$$

При цьому для горизонтальних плит коефіцієнт тепловіддачі α збільшується на 30%, якщо тепловіддавальна поверхня звернена вгору, і зменшується на 30%, якщо поверхня звернена донизу. Для газів $(\text{Pr}_f / \text{Pr}_w) = 1$, і тому усі наведені вище розрахунки спрощуються.

2. Вільний рух рідини в обмеженому просторі.

Умови руху рідини в обмеженому просторі залежать від форми, геометричних розмірів простору, роду рідини й інтенсивності теплообміну. Характер руху рідини при природній конвекції в прошарках показано на рис. 2.1.

2.1. У прошарках циркуляція рідини визначається розташуванням нагрітих і холодних поверхонь та відстаней між ними. У горизонтальних прошарках (схеми *a* і *б*) характер руху рідини визначається розташуванням нагрітої поверхні: якщо вона зверху, циркуляція відсутня, а якщо знизу – відбувається чергування висхідних і низхідних потоків.

Циркуляція рідини у вертикальних прошарках залежить від їх товщини δ (рис. 2.1. схема *в*).

Коли δ велика, то рух рідини має такий характер, як уздовж вертикальної поверхні в необмеженому просторі. Якщо δ мала, то внаслідок взаємних перешкод висхідних і низхідних потоків виникають циркуляційні контури.

У кульових і горизонтальних циліндричних прошарках циркуляція рідини залежить від співвідношення діаметрів, розташування нагрітої поверхні (рис. 2.1, схема *г*).

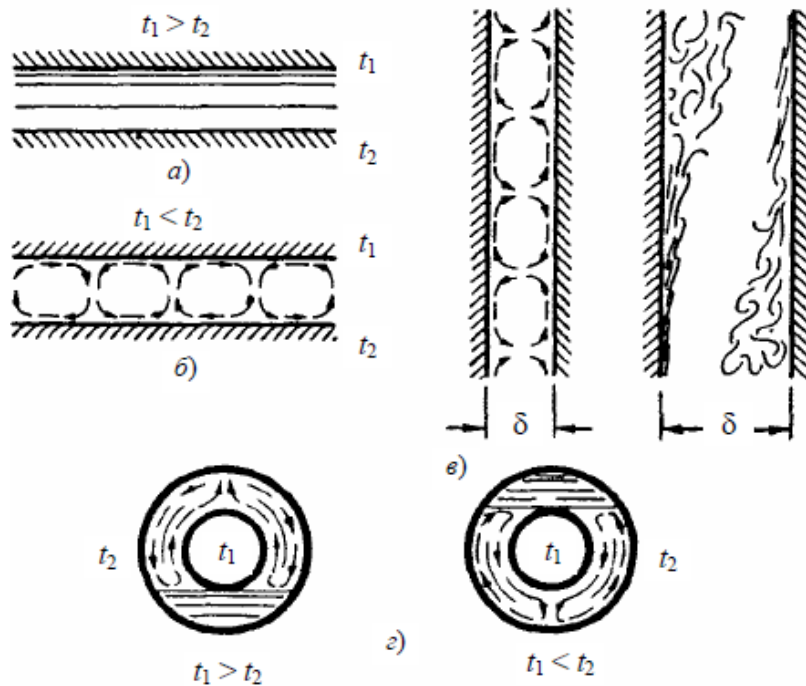


Рис. 2.1. Характер руху рідини в прошарках при природній конвекції:
 а – горизонтальний прошарок $t_1 > t_2$; б – горизонтальний прошарок $t_1 < t_2$;
 в – вертикальний прошарок; г – циліндричний прошарок [22]

Процес складного конвективного теплообміну в прошарках прийнято розглядати як елементарне явище теплопровідності, для чого введено поняття еквівалентного коефіцієнта теплопровідності $\lambda_{\text{екв}} = Q / (F \Delta T \delta)$ та коефіцієнта конвекції $\varepsilon_{\text{до}} = \lambda_{\text{екв}} / \lambda_{\text{ж}}$.

Густина теплового потоку від гарячої поверхні (T_{w1}) до холодної (T_{w2}) через рідину прошарку визначається з виразу:

$$q = \frac{\lambda_{\text{екв}}}{\delta} (T_{w1} - T_{w2}); \quad \lambda_{\text{екв}} = \lambda_{\text{ж}} \varepsilon_{\text{к}}. \quad (2.24)$$

Для всієї області значень $(Gr_f Pr_f)$ та наближеної оцінки $\varepsilon_{\text{к}}$ плоских (вертикальних і горизонтальних), циліндричних і кульових прошарків

$$\varepsilon_{\text{к}} = 0,18 (Gr_f Pr_f)^{0,25} \quad (2.25)$$

Як визначальна прийнята середня температура гарячої й холодної стінок прошарку, а визначальний геометричний розмір – це товщина прошарку δ .

При $(Gr_f Pr_f) < 1000$, $\varepsilon_{\text{к}} = 1$, а передача теплоти в прошарках від гарячої стінки до холодної здійснюється теплопровідністю прошарку або кондукцією. Коефіцієнт $\lambda_{\text{екв}} = \lambda_{\text{ж}} = \lambda_{\text{кон}}$ у прошарку іноді називають коефіцієнтом кондуктивної теплопровідності.

3. Ламінарний рух рідини в трубі.

При ламінарному русі будь-якої рідини, коли $Re_f < 2300$, для труб будь-якої форми поперечного перерізу – круглого, квадратного, прямокутного, трикутного, кільцевого ($d_2/d_1 = 1 \dots 5, 6$), щілинного ($a/b = 1 \dots 40$), а також для поздовжньо-омиваних пучків труб, коли співвідношення довжини до діаметру $L/d \geq 50$:

$$Nu_f = 0,17 Re_f^{0,33} Pr_f^{0,43} Gr_f^{0,1} (Pr_f/Pr_w)^{0,25}. \quad (2.26)$$

При $L/d < 50$ необхідно враховувати вплив початкової ділянки труби – зони стабілізації руху, і тоді $\alpha_\varepsilon = \alpha \varepsilon_L$, де ε_L – поправочний коефіцієнт, рівний 1,9; 1,7; 1,44; 1,28; 1,18; 1,13; 1,05, 1,02 відповідно при $L/d = 1, 2, 5, 10, 15, 20, 30, 40$.

У вигнутих трубах з радіусом змійовика R , внаслідок центробіжного ефекту, по всій довжині труби діаметром d : $\alpha_R = \alpha \varepsilon_R$, де ε_R – поправочний коефіцієнт, $\varepsilon_R = 1 + 1,77 (d/R)$.

Фізичні властивості вибираються відповідно до середньої температури рідини й стінки відповідно. Як певний розмір при ламінарному та турбулентному режимі руху рідини у круглих трубах приймається діаметр циліндричної труби. Для каналів складного перерізу береться еквівалентний діаметр, що дорівнює площі, в чотири рази більшій за поперечний переріз каналу, поділеної на повний периметр перерізу, незалежно від того, яка частина цього периметра бере участь у теплообміні. Для круглих труб еквівалентний діаметр дорівнює геометричному внутрішньому або зовнішньому, для якого визначається коефіцієнт тепловіддачі.

4. Турбулентний рух рідини всередині труб.

При турбулентному режимі руху в трубах будь-якої форми поперечного перерізу, коли $Re_f \geq 2300$, для всіх пружних та краплинних рідин

$$Nu_f = 0,021 Re_f^{0,8} Pr_f^{0,43} Gr_f^{0,1} (Pr_f/Pr_w)^{0,25} \varepsilon_L, \quad (2.27)$$

де: ε_L – поправочний коефіцієнт, що враховує вплив початкової термічної ділянки труби.

При відношенні довжини труби до діаметра $L/d \geq 50$ $\varepsilon_L = 1$.

При відношенні $L/d < 50$ ε_L залежить від Re_f та відношення L/d .

Фізичні властивості рідини й стінки, вигнутість труб, розмір і еквівалентний діаметр каналів складного перерізу приймають відповідно, як і при ламінарному режимі руху рідини в трубі.

Для повітря і двоатомних газів:

$$Nu_f = 0,018 Re_f^{0,8}. \quad (2.28)$$

5. Тепловіддача при поперечному обтіканні одиночних труб.

У лобовій точці труб (стрижнів, дротів), потік рідини, що набігає, має найменшу товщину прикордонного шару й спостерігається максимальне значення коефіцієнта тепловіддачі α . Потім потік поділяється й обтікає периметр труби, а прикордонний шар зростає в розмірах. Якщо по периметру циліндра радіальний

кут ϕ відраховується від лобової частини потоку, що набігає, то при досягненні точки $\phi \approx 90^\circ$ швидкість досягає найбільших значень, прикордонний шар стає нестійким, інтенсивність теплообміну різко падає і відбувається відрив потоку з утворенням вихрової зони, яка охоплює всю кормову частину труби. Місце точки відриву прикордонного шару залежить від значення Re і ступеня турбулентності потоку.

У тилувій області рух рідини має неупорядкований характер, інтенсивність перемішування рідини зі зростанням Re збільшується, а коефіцієнт тепловіддачі α знову зростає за рахунок покращення відведення теплоти. При малих значеннях Re інтенсивність теплообміну у вихровій зоні нижче, ніж у лобовій точці, але зі збільшенням Re , за рахунок інтенсифікації турбулентності, α в кормовій зоні збільшується.

При поперечному обтіканні одиночних, круглих труб, циліндрів, коли кут атаки ψ , складений напрямом руху потоку рідини й віссю труби, дорівнює 90° , середній по периметру коефіцієнт тепловіддачі $\alpha_\psi = 90^\circ$ визначається зі співвідношень:

при $Re_f < 10^3$

$$Nu_f = 0,56 Re_f^{0,5} Pr_f^{0,36} (Pr_f / Pr_w)^{0,25}; \quad (2.29)$$

для повітря:

$$Nu_f = 0,49 Re_f^{0,5}; \quad (2.30)$$

при $Re_f > 10^3$

$$Nu_f = 0,28 Re_f^{0,06} Pr_f^{0,36} (Pr_f / Pr_w)^{0,25}; \quad (2.31)$$

для повітря:

$$Nu_f = 0,245 Re_f^{0,6}. \quad (2.32)$$

Для тіл прямокутного, квадратного, овального і будь-якого іншого перерізу процес тепловіддачі складніший і залежить від форми тіла, його орієнтування в потоці, умов обтікання та інших факторів.

6. Тепловіддача при поперечному обтіканні пучка труб.

Якщо в потоці рідини є не одна труба, а пакет труб, то найчастіше в технічних завданнях розглядаються дві схеми компонування пучків – коридорний пучок і шаховий. Характеристиками пучка є діаметр труб, а також відносні відстані між їх осями по ширині та глибина пучка.

Тепловіддача першого ряду визначається характером руху рідини або початковою турбулентністю потоку і близька до умов обтікання одиночної трубки. З другого ряду тепловіддача поступово зростає за рахунок турбулентності потоку

при входженні його в пучок. Починаючи з третього ряду турбулентність потоку набуває стабільного характеру, властивого певній компоновці пучка. За тих самих умов або за абсолютним значенням тепловіддача в шахових пучках вища, ніж у коридорних, за рахунок кращого перемішування рідини, що омиває труби. Для визначення середнього значення коефіцієнта тепловіддачі α_ψ для трубок третього і всіх наступних рядів у пучках, коли потік рідини перпендикулярний осі пучка (кут атаки $\psi = 90^\circ$) рекомендуються співвідношення:

1) коридорні пучки труб:

при $Re_f < 10^3$

$$Nu_f = 0,56 Re_f^{0,5} Pr_f^{0,36} (Pr_f / Pr_w)^{0,25}; \quad (2.33)$$

для повітря

$$Nu_f = 0,49 Re_f^{0,5}; \quad (2.34)$$

при $Re_f > 10^3$

$$Nu_f = 0,22 Re_f^{0,65} Pr_f^{0,36} (Pr_f / Pr_w)^{0,25}; \quad (2.35)$$

для повітря

$$Nu_f = 0,194 Re_f^{0,65}; \quad (2.36)$$

2) шахматні пучки труб:

при $Re_f < 10^3$

$$Nu_f = 0,56 Re_f^{0,5} Pr_f^{0,36} (Pr_f / Pr_w)^{0,25}; \quad (2.37)$$

для повітря

$$Nu_f = 0,49 Re_f^{0,5}; \quad (2.38)$$

при $Re_f > 10^3$

$$Nu_f = 0,4 Re_f^{0,6} Pr_f^{0,36} (Pr_f / Pr_w)^{0,25}; \quad (2.39)$$

для повітря

$$Nu_f = 0,35 Re_f^{0,6}. \quad (2.40)$$

Значення коефіцієнта тепловіддачі трубок першого ряду α_{1p} пучка визначається шляхом множення α_ψ для трубок третього ряду на корекційний коефіцієнт $\xi_\alpha = 0,6$. Для трубок другого ряду в коридорних пучках $\xi_\alpha = 0,9$, а в шахових пучках $\xi_\alpha = 0,7$.

Для багаторядних пучків вводиться корекційний коефіцієнт забруднення труб, нерівномірність швидкостей газів на різних ділянках поверхонь нагріву, змінний кут атаки.

Значення середнього коефіцієнта тепловіддачі всього пучка в цілому

$$\alpha_{пучка} = \frac{\alpha_{1p} F_1 + \alpha_{2p} F_2 + \dots + \alpha_{mp} F_m}{F_1 + F_2 + \dots + F_m}; \quad (2.41)$$

де $\alpha_{1p}, \alpha_{2p}, \dots, \alpha_{mp}$ – коефіцієнти тепловіддачі по рядах;

F_1, F_2, \dots, F_m – площі поверхонь нагріву всіх трубок у кожному ряду.

При куті атаки потоку рідини $\psi < 90^\circ$ вводиться корекційний коефіцієнт ξ_ψ а розрахункова формула для коефіцієнта тепловіддачі має вигляд:

$$\alpha_{\psi < 90^\circ} = \alpha \frac{\xi_\psi}{\psi}; \quad (2.42)$$

Кореляційний коефіцієнт ξ_ψ має значення: 1; 1; 0,98; 0,94; 0,88; 0,78; 0,67; 0,52; 0,42 при відповідному куті атаки потоку ψ : 90; 80; 70; 60; 50; 40; 30; 20; 10°.

Для димових газів, при їхньому русі по газоходах коридорного або шахового пучка, найчастіше використовують номограми з обліком усіх кореляційних коефіцієнтів.

7. Теплообмін у нестационарних умовах.

Встановлено, що коефіцієнти теплообміну у нестационарних α_n і стаціонарних $\alpha_{ст}$ умовах відрізняються. Коефіцієнт тепловіддачі в нестационарних процесах залежить від теплоємності, щільності та товщини тіла. Температуропровідність металів на три порядки більша температуропровідності, наприклад, такого середовища, як вода, тому перебудова розподілу температур поблизу межі розділу в цих середовищах проходить з різною швидкістю. Нестационарний розподіл температури в краплинній рідині у поверхні тіла в кожен момент часу буде іншим, ніж стаціонарний розподіл для тих самих значень температури стінки й рідини вдалині від поверхні. Збільшення товщини тіла, його теплоємності й щільності уповільнює швидкість зміни температури на поверхні тіла, що веде до зменшення розбіжності α_n та $\alpha_{ст}$.

2.1.6. Основні положення й закони променистого теплообміну

Всі тіла безперервно посилають в навколишній простір електромагнітні хвилі різної частоти (довжини). Більшість твердих і рідких тіл випромінюють енергію всіх довжин хвиль в інтервалі від нуля до нескінченності, тобто мають суцільний спектр випромінювання. Гази випромінюють енергію тільки в певних інтервалах довжин хвиль та мають селективний спектр випромінювання. Тверді тіла випромінюють і поглинають енергію поверхнею – поверхневе випромінювання, а газу обсягом – об’ємне випромінювання.

Під дією збудження коливань в молекулах і атомах речовини (тіла) виникають електромагнітні коливання. Довжина хвилі λ_ν , мкм (мікрометр – 10^{-6} м), електромагнітного випромінювання лежить в межах: для рентгенівських променів – $10^{-6} \dots 10^{-3}$; ультрафіолетових – 0,02 ... 0,4; видимих (світлових) – 0,4 ... 0,8; теплових (інфрачервоних) – 0,8 ... 800; для радіохвиль – 200 мкм ... X км [19].

Випромінювання хвиль будь-якої довжини завжди перетворюється (трансформується) на теплову енергію. Але для світлових і інфрачервоних променів з довжиною хвилі від 0,4 до 800 мкм це перетворення виражено найбільш силь-

но, і ці промені називають *тепловими*, а процес їх поширення – *тепловим випромінюванням* або *радіацією*. Променистий теплообмін – широко розповсюджений в теплоенергетиці вид передачі теплоти.

На відміну від усіх інших видів теплове інфрачервоне (температурне) випромінювання визначається тепловим станом тіла – його температурою. Теплове випромінювання властиве всякому тілу, якщо його абсолютна температура відмінна від нуля. Інтенсивність теплового випромінювання різко збільшується зі зростанням температури. Усюди, де в певних умовах температура досягає порядку 600–700 °С і вище, переважаючим видом теплообміну (у порівнянні з конвекцією) є радіація. Свою перевагу вона зберігає і для низьких температур при відповідному розташуванні поверхонь, що обмінюються променистою теплотою.

При променистому теплообміні всі тіла випромінюють енергію один на одного. В результаті балансу теплоти промениста енергія завжди переноситься від тіл з вищою температурою до тіла з нижчою температурою. Найінтенсивніша передача теплоти радіацією – в умовах вакууму або розрідження. Носіями квантів енергії є елементарні частинки випромінювання – фотони, а випромінювана в одиницю часу енергія відповідає дуже вузькому інтервалу зміни довжини хвиль від $\lambda_{\text{л}}$ до $(\lambda_{\text{л}} + d \lambda_{\text{л}})$.

Випромінювана в одиницю часу енергія, яку можна характеризувати даними значеннями довжини хвиль $\lambda_{\text{л}}$, називається *поток*ом монохроматичного випромінювання Q_{λ} . Потік випромінювання, відповідний всьому спектру, в межах від нуля до нескінченності, називається *інтегральним*, або *повним променистим*, *поток*ом Q (Вт).

Інтегральний, або повний променистий, потік, випромінюваний з одиниці поверхні тіла за всіма напрямками напівсферичного простору, називається *щільністю потоку інтегрального випромінювання*, або *випромінювальною здатністю* E (Вт/м²).

Якщо випромінювальна здатність E однакова для всіх елементів поверхні F , то $Q = E_F$. У цьому разі випромінювальна здатність тіла E чисельно дорівнює кількості енергії (Дж), що виділяється з одиниці поверхні (м²), в одиницю часу (с), $\text{Дж}/(\text{м}^2 \cdot \text{с}) = \text{Вт}/\text{м}^2$.

Кожне тіло не тільки випромінює, але й поглинає променисту енергію.

Якщо тепловий промінь на своєму шляху зустрічає якесь тіло, то з усієї загальної кількості падаючої на тіло променистої енергії E ($Q_{\text{про}}$) частина її віддзеркалюється в навколишній простір $E_{\text{від}}$ ($Q_{\text{ід}}$), деяка частка енергії, проникаючи в тіло, поглинається $E_{\text{пог}}$ ($Q_{\text{пог}}$) і трансформується в теплову енергію, а решта проходить крізь тіло через навколишній простір $E_{\text{пр}}$ ($Q_{\text{пр}}$), після чого потрапляє на інші тіла.

Таким чином, падаючий на тіло променистий потік може бути розділений на три частини: відбиту, поглинену та пропущену. Отже, $E_{\text{про}} = E_{\text{від}} + E_{\text{пог}} + E_{\text{ін}}$. Для кількісної оцінки кожної частини променистої енергії вводять такі поняття:

1. Співвідношення відбитої енергії до енергії, що падає на поверхню, називають *відбивною* здатністю тіла $R = E_{\text{від}}/E_{\text{про}}$;

2. Співвідношення енергії, яка буде поглинена, до падаючої енергії називають *поглинальною* здатністю тіла $A = E_{\text{пог}}/E_0$;

3. Співвідношення енергії, яка пройшла крізь тіло, до падаючої енергії називають *пропускною* здатністю тіла $D = E_{\text{пр}}/E_0$.

У відповідності з законом збереження енергії – $R + A + D = 1$.

Якщо $R = 1$, то $A = D = 0$. Це означає, що вся падаюча промениста енергія повністю віддзеркалюється тілом. Коли відображення вірне і визначається законами геометричної оптики, тіла називаються *дзеркальними*.

У разі дифузного відображення – *абсолютно білими*.

Якщо $A = 1$, то $R = D = 0$. Це означає, що вся падаюча промениста енергія поглинається тілом, і такі тіла називаються *абсолютно чорними*.

Якщо $D = 1$, то $A + R = 0$. Це означає, що вся падаюча енергія проходить крізь тіло, і такі тіла називають *прозорими, або діатермічними*. До них можна віднести незапилене сухе повітря, одноатомні й двоатомні гази (азот, кисень, водень).

У природі «абсолютних» білих тіл не існує, хоча є досить близькі за цим показником.

Наприклад, моделлю абсолютно чорного тіла може служити отвір в стінці порожнього тіла (кулі), в якому енергія променю, що потрапляє в нього, повністю поглинається стінками. Нафтова сажа поглинає до 96% падаючої енергії, а шорсткий лід або іній – до 98%. Майже всі теплові промені відбиває ретельно відполірована мідь.

У природі переважна більшість твердих тіл і рідин непрозорі. Тіла, для яких пропускна здатність $D = 0$, а сума поглинальної та відбивної здібностей $A + R = 1$, називають *сірими, чи атермічними*. Якщо сіре тіло добре поглинає променисту енергію, воно погано відбиває цю енергію, і навпаки.

Середовище, крізь яке проходить промениста енергія, по-різному поглинає її, отже, пропускає випромінювання. Трьохатомні гази (вуглекислий та сірчистий газ, водяні пари) пропускають теплові промені лише у вузькому діапазоні довжин хвиль. Сухе повітря практично прозоре для теплових променів, проте за наявності в ньому вологи, пари (туман) воно стає середовищем, яке помітно поглинає випромінювання. Поглинання та розсіювання випромінювання відбувається в запилених або сажистих газах.

Найінтенсивніше поглинають енергію тверді тіла, слабше – рідини. Для наближення твердих сірих тіл до чорних їх поверхню часто покривають нафтовою сажою, лаком чи фарбою. Однак поглинальна здатність тіл в інфрачервоному діапазоні випромінювання визначається не так кольором, як станом або якістю (шорсткістю) поверхні.

Здатність тіл і середовищ поглинати й пропускати залежить від спектра випромінювання. Наприклад, кварц прозорий для світлових і ультрафіолетових променів, але непрозорий для теплових променів. Кам'яна сіль прозора для теплових променів і непрозора для ультрафіолетових променів. Віконне скло прозоре тільки для світлових променів, а для інфрачервоних та ультрафіолетових воно майже не прозоре. Біла поверхня добре відбиває лише світлові промені, що використовується для різних тіл і споруд. Теплові ж промені невидимого інфрачервоного випромінювання сприймають поверхню тіл тільки за станом її шорсткості та ступенем чорноти, але не кольору, точно так само як і око не бачить інфрачервоні промені, але сприймає всю гаму світлових променів.

Отже, колір поверхні тіла (його забарвлення) суттєво впливає на поглинання й випромінювання тільки видимих променів у відповідний інтервал довжин світлових хвиль. Звісно, що зі світловими променями теж надходить тепла енергія, яка використовується в різних геліотехнологічних установках: теплицях, сушарках, опріснювальних установках, сонячних ставках.

Основні закони теплового випромінювання встановлюють такі положення [19, 21].

1. Закон Віна: зі збільшенням абсолютної температури максимальна довжина хвилі зміщується до області більш коротких хвиль.

2. Закон теплового випромінювання Кірхгофа: що більше тіло випромінює, то більше воно й поглинає, або випромінювальна здатність тіла прямо пропорційна поглинальній при тій же температурі.

3. Закон Стефана – Больцмана для реального тіла: випромінювальна здатність реального тіла E залежить від ступеня чорноти тіла та пропорційна четвертому ступеню його абсолютної температури T .

4. Для більшості твердих (сірих) тіл замість поглинальної здатності оперують поняттям ступеня чорноти реального тіла. Під ступенем чорноти реального тіла ε розуміють співвідношення випромінювальної здібності даного тіла E до випромінювальної здатності абсолютно чорного тіла E_0 за тієї ж температури: $\varepsilon = (E/E_0)_T$.

5. Ступінь чорноти повного випромінювання тіл ε характеризує сумарне променевипускання реального тіла, що визначається експериментально, і для більшості матеріалів його значення табульовані і зведені в таблицю.

Ступінь чорноти реального тіла ε – те саме, що й поглинальна здатність тіла: $\varepsilon = A$. Необхідно врахувати, що ступінь чорноти тіл ε , або їх поглинальна здатність A , залежить від температури: для металів вона зростає з підвищенням температури, а для неметалів – знижується. Ступінь чорноти тіл змінюється від 0 (для абсолютно білих) до 1 (для абсолютно чорних тіл).

Найсуттєвіше на ε і A в інфрачервоному діапазоні випромінювання впливає шорсткість поверхні, тому розрізняють ступінь чорноти металу як речовини (шорстка або окислена) і металу після його обробки або полірування, коли ступінь чорноти має порядок сотих часток одиниць. Для шорстких поверхонь (будівельних матеріалів), а також при забрудненні або наявності на поверхні оксидної плівки значення ε збільшуються в декілька разів. Наприклад, мідь окислена має $\varepsilon = 0,6 \dots 0,8$; мідь злегка полірована має $\varepsilon = 0,12$; а мідь ретельно полірована має $\varepsilon = 0,02$.

6. Сумарна теплопередача випромінюванням між тілами:

$$Q_{12} = \varepsilon_{\Pi} c_0 F \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]; \quad (2.43)$$

де ε_{Π} – наведений ступінь чорноти системи тіл; c_0 – коефіцієнт випромінювання абсолютно чорного тіла, $c_0 = 5,67 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$; F – площа теплопередавальної поверхні, м^2 .

Наведений ступінь чорноти ε_{Π} системи тіл з плоскопаралельними поверхнями F_1 і F_2 , що мають ступені чорноти ε_1 і ε_2 , визначається як:

$$\varepsilon_{\Pi} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}. \quad (2.44)$$

Наведений ступінь чорноти ε_{Π} системи тіл, з яких одне з поверхнею F_1 перебуває в порожнині іншого F_2 , мають відповідно до ступеня чорноти ε_1 і ε_2 , визначатися як:

$$\varepsilon_{\Pi} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{F_1}{F_2} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)}. \quad (2.45)$$

При значній розбіжності $F_1 \leftrightarrow F_2$, у такій системі створюються умови променистого теплообміну, тотожні тим, які мають місце в системі тіл з плоскопаралельними поверхнями. При $F_2 \gg F_1$ явище стає автомобільним щодо параметрів поверхні та ступеня чорноти другого тіла. Розрахункова формула набуває простішого вигляду:

$$Q_{12} = \varepsilon_1 c_0 F_1 \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]. \quad (2.46)$$

Для інтенсифікації променистого теплообміну необхідно збільшити температуру випромінюючого тіла й посилити наведений ступінь чорноти системи. Навпаки, для зменшення теплообміну необхідно знизити температуру випромінюючого тіла і зменшити наведений ступінь чорноти системи. У тих же випадках, коли температуру змінити не можна, для зниження променистого теплообміну застосовують екрани.

7. Захист від випромінювання за допомогою плоских екранів. У цьому разі між гарячим 1 і холодним 2 тілом ставлять тонкостінний екран з непрозорої речовини. Постановка одного екрану зменшує при інших однакових умовах кількість переданої променистої теплоти вдвічі.

Постановка n екранів зменшує кількість переданої променистої теплоти Q_{12} в $(n + 1)$ раз, тобто $Q_{ne} = Q_{12} / (n + 1)$.

Ще більший ефект зниження променистого теплообміну виходить, якщо застосовуються екрани з малим ступенем чорноти. Так, якщо між двома плоскими поверхнями зі ступенем чорноти ε_n встановлені n екранів зі ступенем чорноти ε_e , то

$$Q_e = \frac{Q_{12}}{1 + n \frac{2 - \varepsilon_e \varepsilon_n}{2 - \varepsilon_n \varepsilon_e}}; \quad (2.47)$$

Отже, встановлення лише одного екрана зі ступенем чорноти $\varepsilon_e = 0,2$ між поверхнями з $\varepsilon = 0,7$ дає зниження променистого потоку теплоти Q_{12} в 6 разів. Застосування екранів дозволяє використовувати одночасно як теплову ізоляцію й повітряні прошарки.

8. Теплове випромінювання в газах відбувається по всьому об'єму, а кількість енергії, що поглинається газом, залежить від числа мікрочастинок газу в цьому об'ємі.

2.2. Річні флюктуації температур у верхніх шарах Землі

Глибина річних змін температур у ґрунті H визначає шар земної поверхні, що активно взаємодіє з атмосферою Землі. У холодну пору року температура ґрунту падає до значення H , а в теплу – підвищується. Нижче глибини H темпе-

ратурний режим стабільний і визначається виключно геологічними процесами [22].

Отже, щоб уникнути втрат теплоти взимку, теплові мережі у верхньому ґрунтовому шарі товщиною H повинні бути теплоізовані, а верхня позначка надмірної теплоти ґрунтового акумулятора до кінця вичерпання його потенціалу (при завершенні опалювального сезону) повинна бути нижчою за глибину H . Забезпечення цих умов пов'язано з матеріальними витратами. Тому конкретизація значення H актуальна.

У класичних посібниках з теплопровідності, наприклад [23], вважається, що величина H порядку 18–21 м. В основі аналізу лежить суворо гармонійний характер річної зміни сонячної інсоляції, сталість теплопровідності ґрунту, нехтування реальними атмосферними умовами на поверхні Землі. Оскільки усі перелічені вище фактори важко передбачувані й схильні піддаватися випадковим впливам, то це завдання слідує класифікувати як стохастичне. Як на первинний масив вихідних даних можна орієнтуватися на відомості про середньомісячні температури ґрунту, зафіксовані на різних глибинах протягом десятків років, які систематично обробляються організаціями Гідрометеослужби. Наприклад, для областей і населених пунктів України такі відомості за 70-річний період (1891–1960 рр.) наведені в [23].

Вимірювання температур ґрунту суворо регламентовані [24]. Вони здійснюються спеціальними термометрами на стандартних глибинах: 0,20, 0,40, 0,80, 1,60, 3,20 м (геометрична прогресія). Іноді трапляються вимірювання й на проміжних позначках. Використовуються скляні ртутні термометри з циліндричним резервуаром. Шкала термометра має межі від -60 до $+41$ °C та ціну поділу $0,2$ °C. Кожен термометр міститься в індивідуальній трубі відповідної довжини. Чутливий елемент термометра має спеціальний елемент, що забезпечує якісний контакт із ґрунтом. Термометри встановлюються на ділянці з природним покривом у ряд на відстані 50 см один від одного по лінії схід-захід в порядку зростання глибини. Спостереження проводяться протягом всього року. Відліки показань на глибинах 0,20 і 0,40 м відбуваються вісім разів на добу, а на глибинах 0,80 ... 3,20 м – один раз на добу, коли час наближається до 13 годин декретного часу конкретного часового поясу.

Як приклад на рис. 2.2 представлені лінії змін середньомісячних температур T за глибиною h для м. Київ. Вихідні дані взяті згідно з п. 69 [25].

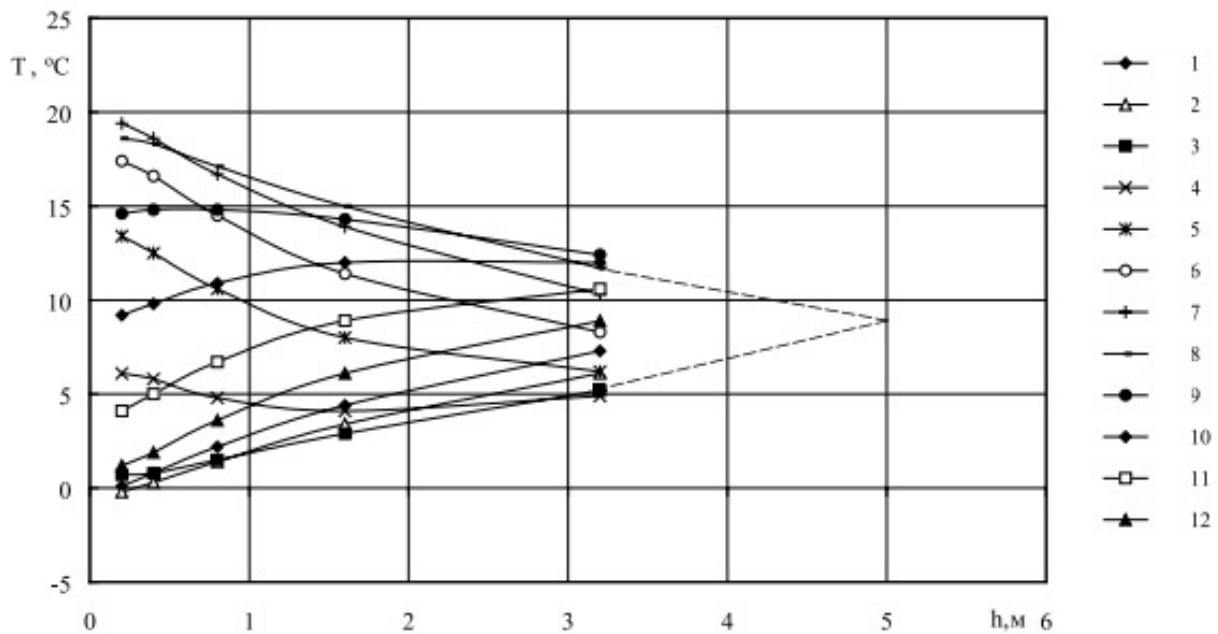


Рис. 2.2. Середньомісячні температури ґрунту для м. Київ [25]

Обсерваторія. Ґрунт темно-сірий, лісовий, опідзолений з домішкою будівельного щебню [23]. Цифри відповідають місяцю року. Чітко видно тенденцію зниження різниці екстремальних значень температур ΔT зі зростанням глибини h , що цілком відповідає суті процесу. Однак фізичний аналіз будь-якої окремо взятої ізомісячної температурної лінії призводить до явно некоректних результатів (обчислена щільність теплового потоку на два десяткових порядки менша за середньомісячну щільність сонячної радіації).

Отже, ще раз переконуємось у необхідності чисто статистичного підходу при інтерпретації цих даних. Крім зазначеної стійкої тенденції – стиснення пучка температурних ліній, аналіз наведених у роботі [23] даних виявив майже незалежність від глибини h середньорічних температур для кожного масиву вимірювань. Так, для зазначеного вище п. 69 маємо в міру стандартного збільшення глибин такі значення (С): 8,7; 8,8; 8,7; 8,7; 8,7. Отже, для виконання поставленого завдання, що полягає у визначенні H і відповідної температури $T(H)$, останню можна знаходити як середньоарифметичне середньорічних температур [25].

Що стосується H , то тут є правомірним застосування стандартного методу оцінки лінії регресії функції $\Delta T(h)$, представлені в поліноміальній формі:

$$\Delta T(h, b) = b_0 + b_1 h + \dots + b_m h^m, \quad m > 1. \quad (2.48)$$

Знаходження невідомих коефіцієнтів b регресії здійснюється методом найменших квадратів. Якість апроксимації оцінюється статистикою R^2

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\langle \Delta T \rangle_i - \overline{\Delta T})^2}{\sum_{i=1}^n (\Delta T_i - \overline{\Delta T})^2} 100\%, \quad (2.49)$$

де n – число перерізів, за якими виконується апроксимація;

$\overline{\Delta T}$ – середнє значення ΔT по всій вибірці, ΔT_i – середнє значення ΔT в i перерізі, $\langle \Delta T \rangle_i$ – значення ΔT на емпіричній лінії регресії в i перерізі, що визначається формулою:

$$\langle \Delta T \rangle(h) = \langle b \rangle_0 + \langle b \rangle_1 h + \dots + \langle b \rangle_m h^m. \quad (2.50)$$

Згідно з (2.50) знаходиться значення H , що задовольняє умові:

$$\langle \Delta T \rangle(H) = 0. \quad (2.51)$$

Крім розробленого статистичного методу розв’язання задачі застосовувався й підхід, заснований на ймовірно стійкій екстраполяції ліній середньомісячних температур. Аналіз графіків – пучка цих ліній (рис. 2.2) виявив, що для березня і серпня вони майже прямі. Майже лінійність цих залежностей має чітке фізичне обґрунтування. До початку весни (березень) збільшення температури повітря блокує тепловіддачу верхніх шарів ґрунту, які тепер виконують функцію провідника теплоти від самих нижніх шарів. У кінці літа (серпень), з пониженням температури повітря, прогріті верхні шари служитимуть провідником теплоти для нижніх шарів. Отже, точка перетину цих ліній має виявити значення глибин та температур, близьких до H і T .

2.3. Математичне моделювання температурного поля ґрунту при використанні геотермальної енергії

Математичне моделювання температурного поля ґрунту при використанні геотермальної енергії зводиться до розв’язання завдання нестационарної теплопровідності [26]. У роботі [27] представлені результати математичного моделювання температурного поля ґрунтового масиву, що формується при експлуатації вертикального ґрунтового теплообмінника геотермального теплового насоса протягом 5 років.

У формуванні температурного поля бере участь велика кількість процесів, серед них:

- фоновий тепловий потік Землі, величина якого в кожному районі визначається цілим спектром геофізичних особливостей;

- сонячне випромінювання й температура зовнішнього повітря, від яких залежить температура верхніх шарів ґрунту;
- теплофізичні властивості ґрунту, різні для кожного регіону; значна маса ґрунтового масиву й мале значення коефіцієнта теплопровідності набагато скорочує зону впливу свердловини й знижує темп охолодження або нагріву пласта;
- нестационарність режиму роботи свердловини, зумовлена роботою теплового насоса на конкретний об'єкт, потреба якого в теплі або холоді залежить від безлічі факторів технологічного або кліматичного походження;
- можливість змінюється за напрямом теплового потоку, наприклад, чергується робота теплового насоса на нагрівання і охолодження;
- спотворення температурного поля у зв'язку з фільтраційним потоком ґрунтових вод.

У циліндричній системі координат, характерній для вертикальної свердловини, рівняння нестационарної теплопровідності [26] з урахуванням природного фонового потоку Землі у вигляді компенсуючої поправки – джерела та акумулятора теплоти, – набуде вигляду:

$$\frac{dt}{d\tau} = a \left(\frac{d^2t}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dt}{dr} \right) + q, \quad (2.52)$$

де q – джерела та акумулятори теплоти, обумовлені тепловими потоками Землі та тепловиділенням через поверхню, Вт/м²; r – відстань від осі свердловини, м; t – температура, К; a – коефіцієнт теплопровідності, м²/с; τ – час, с.

Нині відомо кілька технологічних схем роботи теплового насоса:

- в одному режимі (тільки на теплоту / охолодження);
- в двох режимах (взимку на теплоту, влітку на охолодження);
- змішане (одночасно на теплоту й охолодження).

Під час розробки математичної моделі нестационарного режиму роботи теплового насоса виділимо такі особливості [27–30]. По-перше, тепловий потік постійно змінюється залежно від зовнішніх факторів, включаючи кліматичні, технологічні особливості роботи обладнання та ін. По-друге, ґрунт має значну теплову інерцію, згладжуючи як мінімум добові коливання температури.

Графік дійсного режиму роботи теплового насоса для кожного об'єкта та регіону може різнитися, тому замінимо на моделі дійсну навантажувальну криву на дискретні ділянки з постійним, середнім за розрахунковий тепловий період навантаженням.

Початкові умови для температури пласта розділені на три етапи [31].

Перший етап – до початку експлуатації установки. Початкова умова – в усіх точках температура дорівнює фоновій температурі пласта. Початок координат також в центрі свердловини

$$\begin{aligned} r &= 0; \\ t(r_0, \tau) &= t_0, \end{aligned} \quad (2.53)$$

де t_0 – температура ґрунту (фонова), °С; r_0 – початкове становище температурного поля ґрунту, м; τ – час, с; t – температура ґрунту, °С.

Коли тепловий насос вмикається циклічно, чергуються періоди підводу (відведення) теплоти з періодами зупинок.

Для другого етапу – етапу остигання – початковими умовами буде складне температурне поле, сформоване при стаціонарній роботі теплового насоса протягом розрахункового періоду $0 < \tau < \tau_1$:

$$t = t_0(r, \tau_1), \quad (2.54)$$

де τ_1 – час остигання, с.

Третій етап – увімкнення теплового насоса після перерви. Початковою умовою є сформоване раніше температурне поле за період охолодження пласта $\tau_1 < \tau < \tau_2$:

$$t = t_0(r, \tau_2), \quad (2.55)$$

де τ_2 – час роботи після перерви, с.

Граничний стан температури пласта досягається до моменту завершення циклу, наприклад до закінчення опалювального сезону, в зв'язку з чим розрахункові значення, що були використані для визначення експлуатаційних характеристик, фіксувалися на цей момент часу.

На рис. 2.3–2.5 представлені результати розрахунку температурного поля 1-го, 3-го та 5-го року експлуатації свердловини в одному технологічному режимі без зміни напрямку теплового потоку при його щільності на стінці обсадної колони свердловини, рівній 100 Вт/м² [31].

Розрахунки проведені на основі прикладної програми MatLab з чергуванням періодів увімкнення теплонасосної установки (ТНУ) і її зупинки, з циклічністю, що визначається часом року, в першу чергу при роботі в одному технологічному режимі, в другу чергу – в обох режимах.

Час досягнення квазістаціонарного режиму визначали за допомогою розрахунку. Інтервал часу лежить в межах 5 років.

Діапазон щільностей теплових потоків також визначався умовами експлуатації діючих свердловин і обмежувався 100–500 Вт/м².

Представлені результати розрахунку відбивають зростання температури ґрунтового пласта.

Наприклад, за 2 роки роботи теплового насоса в одному технологічному режимі вихідна температура ґрунту в середньому збільшується на 2 °С (діапазон залежить від величини активного теплового навантаження). У вимкненому режимі ТНУ діапазон температур в середньому становить 1,5–2 °С. Зображення температурних полів 5-го року експлуатації (рис. 2.5) демонструє збільшення меж температури до 10 °С у режимі роботи насоса (залежить від величини наван-

таження), $0,5\text{--}2\text{ }^{\circ}\text{C}$ – у режимі «простою» (коли тепловий насос не здійснює жодної роботи). Остаточно температура стабілізується на 3-му році експлуатації.

Результати дослідження дозволяють стверджувати, що стабілізація температурного поля при змінному активному навантаженні протягом цілорічного експлуатаційного періоду настає вже на 2-й рік. Температура пласта коливається в діапазоні $10\text{--}15\text{ }^{\circ}\text{C}$ і залежить від тривалості експлуатації ТНУ і від значень навантаження [31].

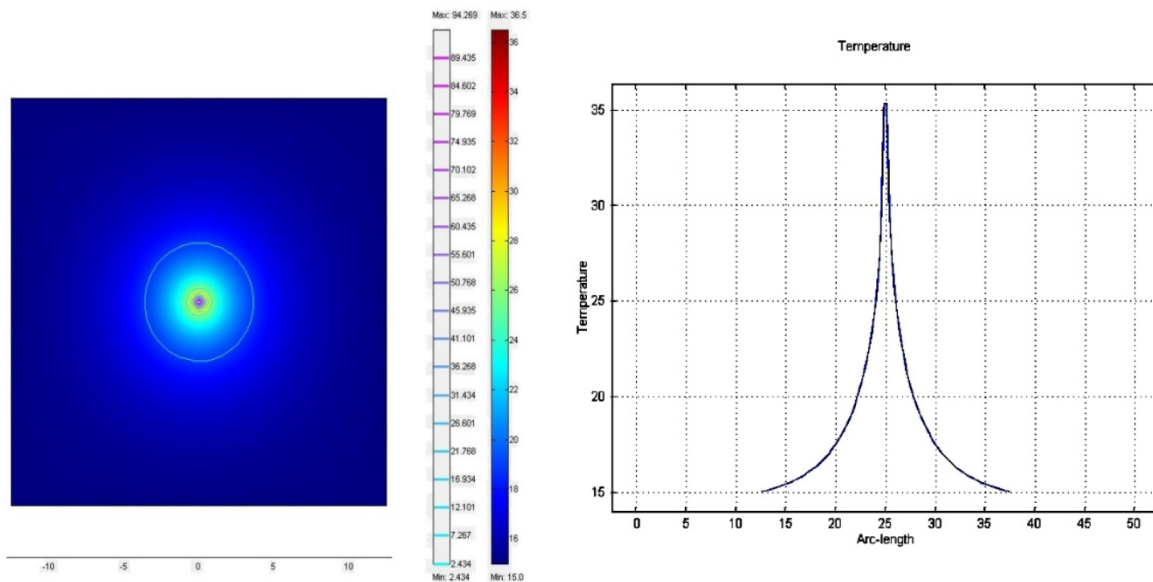


Рис. 2.3. Зміна температурного поля за 6 місяців експлуатації

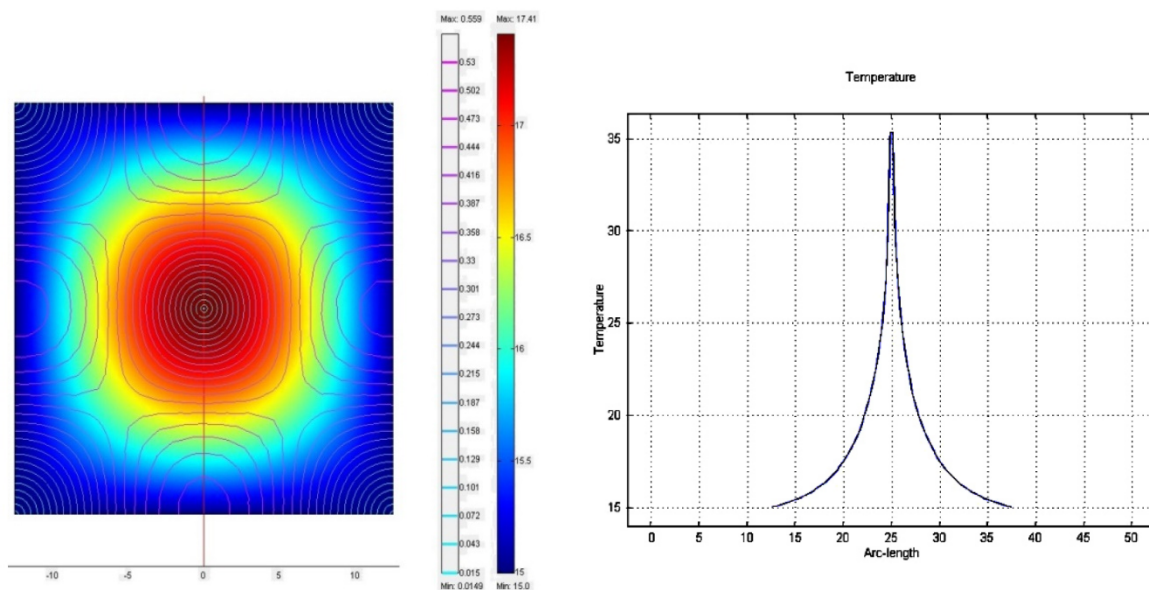


Рис. 2.4. Зміна температурного поля за 3 року експлуатації

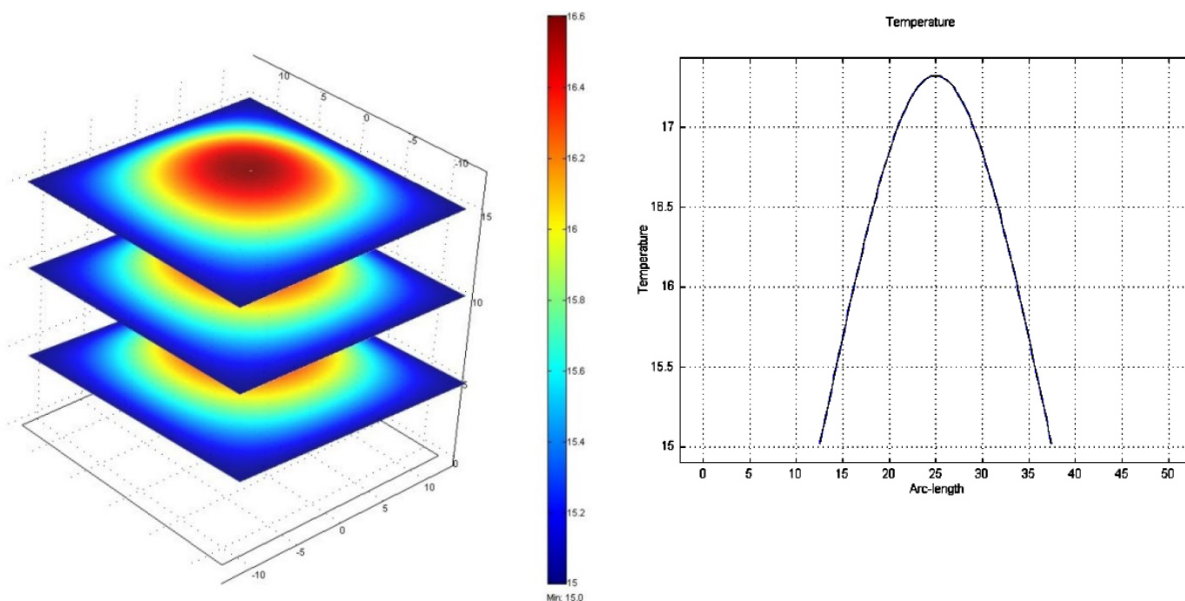


Рис. 2.5. Зміна температурного поля за 5 років експлуатації

2.4. Математичне моделювання режимів роботи теплового насоса з ґрунтовим теплообмінником

Теплонасосна установка (ТНУ) складається (рис. 2.6) з теплообмінника-випарника 1, компресора 2, теплообмінника-конденсатора 3 і дроселя 4.

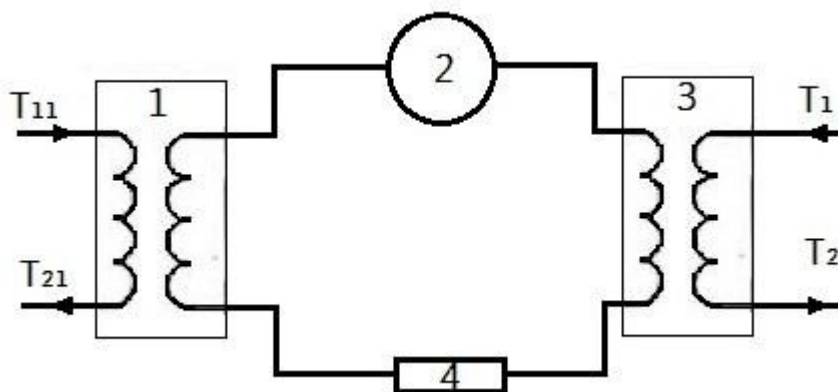


Рис. 2.6. Принципова схема теплового насоса

Як робоче тіло в установці застосовуються холодильні агенти: фреони, аміак, пропан та ін. До випарника 1 підводиться теплоносій з низькою температурою. У випарнику він віддає теплову енергію рідкому холодоагенту для його випаровування і підвищення ентальпії. У компресорі 2 пари холодоагенту стискаються і нагнітаються в конденсатор 3. Процес стиснення пари в компресорі супроводжується підвищенням температури за рахунок перетворення механічної

роботи в теплову за законом Джоуля – Томсона. В конденсаторі при підвищеному тиску відбувається конденсація парів холодоагенту з виділенням прихованої теплоти конденсації підвищеного потенціалу, яка передається теплоносію – приймачеві теплоти.

З конденсатора рідкий холодоагент надходить назад у випарник через дроселюючий пристрій; високий тиск, при якому перебуває рідкий холодоагент на виході з конденсатора, знижується до тиску у випарнику з одночасним зниженням температури [33].

Для уточнення параметрів роботи ТНУ та впливу на вихідні характеристики технологічних та конструктивних параметрів була створена математична модель ТНУ з вертикальним ґрунтовим теплообмінником [34]. В основу моделі закладені рівняння теплообміну всередині ТНУ (теплообмінник – випарник і конденсатор) і в ґрунтовому теплообміннику, де основну роль відіграє тепловий потік із ґрунту.

Режим роботи теплового насоса розрахований таким чином, що він працює за оптимальних умов з постійною величиною теплового потоку Q_1 , що визначається тепловим потоком від первинного джерела теплоти – Q_2 , температурою на вході гарячого контуру – T_2 і швидкістю руху теплоносія по цьому контуру. В разі зниження необхідного теплового навантаження має відбуватися вимкнення теплового насоса до відновлення заданої температури T_2 . Якщо потужність ґрунтового теплообмінника недостатня для покриття тепловтрат у гарячому контурі, має вмикатися піковий доводчик. Такий режим роботи ТНУ дає змогу практично виключити з розрахункової моделі гарячий контур і розглядати взаємодію двох інших.

Математична модель теплового насоса заснована на системі рівнянь [35]:

$$Q_1 = K_k F_k \frac{T_1 - T_2}{\ln \frac{T_k - T_2}{T_k - T_1}}, \quad (2.56)$$

$$Q_1 = m_1 C_1 (T_1 - T_2), \quad (2.57)$$

$$Q_1 = K_i F_i \frac{T_{11} - T_{21}}{\ln \frac{T_{21} - T_i}{T_{11} - T_i}}, \quad (2.58)$$

$$Q_2 = m_2 C_2 (T_1 - T_2), \quad (2.59)$$

$$Q_2 = m_x r, \quad (2.60)$$

$$Q_1 = Q_2 + N_k. \quad (2.61)$$

У рівняннях (2.56 – 2.61) прийнято такі позначення: Q_1, Q_2 – теплові навантаження на конденсатор і випарник, Вт; K_k, K_i – середні коефіцієнти теплопередачі в конденсаторі та випарнику, Вт/(м²К); F_k, F_i – площі поверхні теплообміну конденсатора і випарника, м²; T_k, T_i – температура конденсації та кипіння, К; T_1, T_{11}, T_2, T_{21} – температура теплоносія на виході та вході відповідно з конденсатора і випарника, К; m_1, m_2 – масові витрати теплоносія відповідно в конденсаторі та випарнику, кг/с; C_k, C_i – теплоємність теплоносія в конденсаторі й випарнику, Дж/(кг·К); m_x – витрата хладогену, кг/с; r – теплота випаровування хладону, Дж/кг; N_k –індикаторна потужність компресора, Вт.

Для уточнення режимів роботи ТНУ в системі з вертикальним ґрунтовим теплообмінником та впливу на вихідні характеристики технологічних і конструктивних параметрів була розроблено математична модель. У основу моделі покладено рівняння теплообміну всередині ТНУ (теплообмінники – випарник і конденсатор) і в ґрунтовому теплообміннику, де основну роль відіграє тепловий потік ґрунту.

Методами математичного моделювання можливо визначити оптимальний режим роботи теплового насоса з постійною величиною теплового потоку Q_1 , яка визначається тепловим потоком від первинного теплового джерела Q_2 , вхідною температурою «гарячого» контуру T_2 і витратами теплоносія «гарячого» контуру. В разі зниження необхідного теплового навантаження – Q_1 відбувається вимкнення теплового насоса до відновлення заданої температури T_2 . Якщо потужність ґрунтового теплообмінника недостатня для покриття теплових втрат у гарячому контурі, вмикається піковий доводчик. Такий режим роботи ТНУ дає змогу практично виключити з розрахункової моделі гарячий контур і розглядати взаємодію двох інших.

Математична модель ґрунтового теплообмінника теплового насоса заснована на системі рівнянь [36]. Вертикальний ґрунтовий теплообмінник являє собою два коаксіальні циліндри. Теплоносій (вода, «розсол», антифриз) надходить по внутрішній трубі й відкачується через зовнішню трубу. Для розрахунку вся труба ділиться на низку елементарних ділянок, і для кожної ділянки складається система рівнянь теплового балансу.

Тепловий баланс для ділянки зовнішньої труби:

$$Q_g + Q_{(i-1)} = Q_i + Q_b. \quad (2.62)$$

Для ділянки внутрішньої труби:

$$Q_b + Q_{j-1} = Q_j. \quad (2.63)$$

У рівняннях (2.62), (2.63) прийнято такі позначення: Q_g – теплота, що надходить з ґрунту; $Q_{(i-1)}, Q_{(j-1)}$ – теплота, що надходить з попередньої ділянки; $Q_{(i)}, Q_{(j)}$ – теплота, що йде в наступну ділянку; Q_b – теплота, що йде на підігрів внутрішньої труби. При поділі всієї труби на N ділянок отримуємо систему $2N$ рівнянь виду:

$$\frac{dT_i}{dx} = b_1(T_j - T_i) + b_2T_i, \quad (2.64)$$

$$\frac{dT_j}{dx} = b_1(T_i - T_j), \quad (2.65)$$

де T_i, T_j – температури ділянок зовнішньої та внутрішньої труби; b_1, b_2 – коефіцієнти, залежні від властивостей теплоносія і геометричних розмірів системи.

Ця система розв’язується методом Рунге – Кутта.

У табл. 2.1 наведено залежність величини теплотіому ґрунтового теплообмінника від співвідношення діаметрів внутрішньої та зовнішньої труб.

Як видно з табл. 2.1, швидкість потоку вагомо впливає на величину теплотіому. Механізм цього впливу полягає у вирішальному значенні числа Рейнольдса на коефіцієнти тепловіддачі, тому, наприклад, ефективність труб з діаметрами 150/100 і 100/76 з погляду величини теплотіому виявляється практично рівнозначною. Водночас склад теплоносія ґрунтового теплообмінника мало впливає на теплотіом. Так, при зміні теплоємності теплоносія від 2294 Дж/(кг·К) (чистий етиленгліколь) до 4200 Дж/(к К) (чиста вода) теплотіом зміниться тільки на 9%.

Таблиця 2.1. Залежність величини теплотіому ґрунтового теплообмінника від співвідношення діаметра труб [34]. Температура ґрунту – 280 К (7 °С); глибина – 30 м

№ п/п	Діаметр зовнішній, мм / діаметр внутрішній, мм	Швидкість теплоносія, см/с	Теплотіом з зовнішньої труби, Вт
1	150/100	5,6	4961
2	100/50	7,7	4389
3	100/76	13,8	4770
4	75/50	17,7	4580
5	150/50	2,9	4198
6	159/76	3,5	4580

Численні дослідження ґрунтового теплообмінника показали, що, крім очевидного збільшення теплотойому з ґрунту при збільшенні площі (за рахунок збільшення діаметра або довжини труби), важливу роль відіграють гідродинамічні характеристики потоків всередині труби й поза нею. При цьому вплив внутрішньої труби невеликий і основний теплообмін відбувається у зовнішній трубі. Істотний вплив на теплотойом надає масова витрата теплоносія та пов'язана з ним швидкість потоку, при цьому до певної швидкості (0,7 кг/с) теплотойом зростає зі збільшенням швидкості теплоносія. Однак вище за цю межу погіршуються умови роботи випарника ТНУ і очікуваного приросту теплотойому не відбувається. Оптимальна витрата теплоносія в холодному контурі за прийнятих конструктивних і технологічних умов становить 0,5–0,6 кг/с (2 м³ /год). В інтервалі 0,1–0,8 кг/с теплова потужність ґрунтового теплообмінника може бути описана рівнянням:

$$Q_2 = A_1 + C_1 \ln(m_2), \quad (2.66)$$

де A_1 і C_1 – коефіцієнти, які визначають технологічні параметри установки.

Численні дослідження показали, що питомий тепловий потік, обумовлений теплопровідністю ґрунту, в перерахунку на 1 погонний метр труби в найсприятливіших умовах не перевищує 30–40 Вт/м. Тому вертикальний ґрунтовий теплообмінник необхідно встановлювати з урахуванням наявності горизонтів з підземними водоносними шарами (гравійно-галькові, вапнякові, піщані ґрунти) [37]. З розрахунків видно, що для швидкостей зовнішнього потоку менше 10⁻⁷ м/с (1 см/добу) кондуктивна складова відіграє істотну роль. При збільшенні швидкості до 10⁻⁶ м/с частки конвективної та кондуктивної складових стають сумірними. При швидкостях потоку понад 10⁻⁵ м/с (1 м/добу) внеском теплового потоку за рахунок теплопровідності можна знехтувати. Наявність підземних потоків робить неактуальним питання про виснаження теплової енергії ґрунту, оскільки буде відбуватися постійне її оновлення. Результати досліджень показують, що енергія, яка вилучається з ґрунту, рівномірно зростає зі зростанням довжини теплообмінника і може бути описана рівнянням:

$$Q_2 = A_2 + C_2 \ln(L_0), \quad (2.67)$$

де A_2 і C_2 – коефіцієнти, залежні від конструктивних і технологічних параметрів теплонасосної установки.

За умови, що фільтраційна швидкість – 10 м/добу, для отримання з ґрунту 5–6 кВт теплової потужності необхідна глибина укладання теплообмінника не менше 50–60 м. Підвищення температури ґрунту призводить до збільшення теплотойому, наприклад, підвищення температури ґрунту на 8 °С збільшує тепловіддачу ґрунту вдвічі.

Конструктивні особливості ТНУ також мають велике значення і ставлять певні умови для витрат теплоносія – гарячого контуру: мінімальна витрата води на опалення має складати 0,3 кг/с (1³/год). При менших обсягах в системі почнеться накопичення теплоти і, як показали випробування на дослідній установці, це призводить до підвищення температури й тиску хладону, що своєю чергою приведе до погіршення роботи випарника і зменшення знімання тепла з ґрунтового теплообмінника.

2.5. Математичне моделювання енергетичних характеристик геотермальних систем

З гідротермодинамічної точки зору геотермальна система (ГС) з тепловим насосом являє собою сильно неврівноважену термодинамічну систему з різними механізмами перенесення теплоти: молекулярним або конвективно-молекулярним у навколишньому середовищі; молекулярним – через стінки трубчастих теплообмінників; молекулярно-конвективним – всередині труб теплообмінника і при фазових переходах у випарнику [38].

На рис. 2.7 схематично представлена вертикальна геотермальна система з тепловим насосом потужністю E і вертикальним енергетичним колодязем довжиною L .

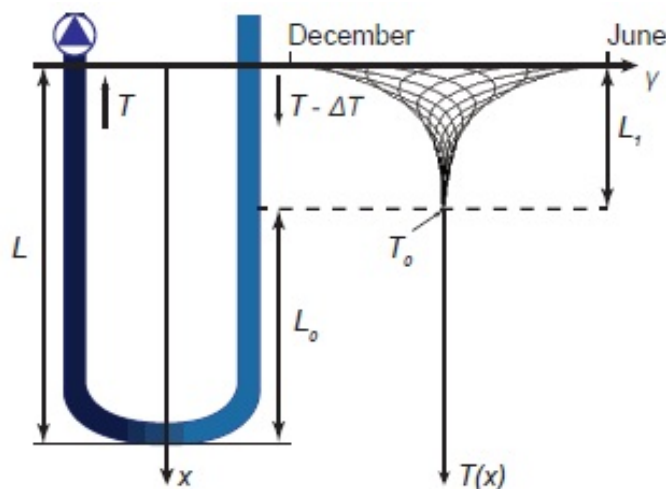


Рис. 2.7. Геотермальна система з тепловим насосом і сезонною зміною температурного поля в ґрунті

Розглянемо докладніше незбурене поле температур у верхньому шарі Землі, який і є джерелом відновлюваної енергії для теплового насоса. На цьому ж рисунку справа представлена типова тимчасова мінливість незбуреної температури $T(z,t)$ у верхньому шарі ґрунту при $x \geq 0$, тут x – глибина, t – час протягом року.

Характерною особливістю поведінки температурного профілю в ґрунті є наявність шару сезонної мінливості з характерним масштабом $L_1 \approx 10$ м, розподіл

якого формується в результаті взаємодії потоку геотермальної теплоти із землі з радіаційним потоком теплоти від Сонця та молекулярним потоком теплоти із атмосфери. Різниця температур на поверхні ґрунту $x = 0$ у середніх широтах може досягати 40°C . Температура на глибині $x \geq L_1$ залишається постійною з невеликим (порядку $3^\circ \text{C}/100 \text{ м}$) позитивним градієнтом. У холодну пору року (або протягом опалювального періоду) температура у верхньому шарі менше, ніж у нейтральному шарі на глибині $x \geq L_1$. Отже, з погляду ефективності вертикальної ГТС, шар сезонної мінливості температури знижує ефективність ТН. Цей ж висновок можна зробити в літній період, якщо ГТС використовується як пасивне джерело холоду з метою кондиціонування. Тому, для підвищення енергетичної ефективності ТН верхній шар може бути виключено з розгляду. Технічно це означає теплоізоляцію вертикального теплообмінника в цьому шарі. Тому приймається, що теплообмінник перебуває в шарі $x \geq L_1$ з постійною температурою T_0 . Теплову потужність, що генерується у випарнику теплового насоса, можна записати у вигляді

$$E_0 = c_p \rho \Delta T Q, \quad (2.68)$$

де c_p, ρ – теплоємність при постійному тиску і густина розсолу в колекторі;
 ΔT – перепад температур на вході та виході випарника ТН;
 Q – об’ємна витрата розсолу в колекторі ($\text{м}^3/\text{с}$).

Величина ΔT визначається довжиною колектора та конструктивними особливостями випарника ТН (теплового насоса). Отже, завдання забезпечення заданої потужності ТН зводиться до визначення довжини колектора L_0 , яка забезпечить задану величину ΔT при певній об’ємній витраті розсолу Q .

Математична постановка і розв’язання задачі – визначення величини L_0 , залежно від потужності теплового насоса E_0 в разі U-подібного колектора становить певні труднощі через складну геометрію задачі. Оскільки колектор вміщено у середовище з однорідним розподілом температури T_0 , то припустимо, що направлені вниз та вгору частини колектора термодинамічно не взаємодіють одна з одною. З урахуванням цього процес екстрагування геотермальної енергії U-подібним колектором завдовжки L_0 можна уявити як процес теплообміну між протіканням у трубці (радіусом R та завдовжки $2L_0$) розсолу з об’ємною витратою та зовнішнім напівнескінченим середовищем з температурою за представленою схемою такого теплообміну (рис. 2.8). Точки $x = -L_0$ та $x = L_0$ відповідають виходу та входу випарника теплового насоса (мається на увазі, що значення температури в цих точках рівні значенням температури розсолу на виході і вході випарника).

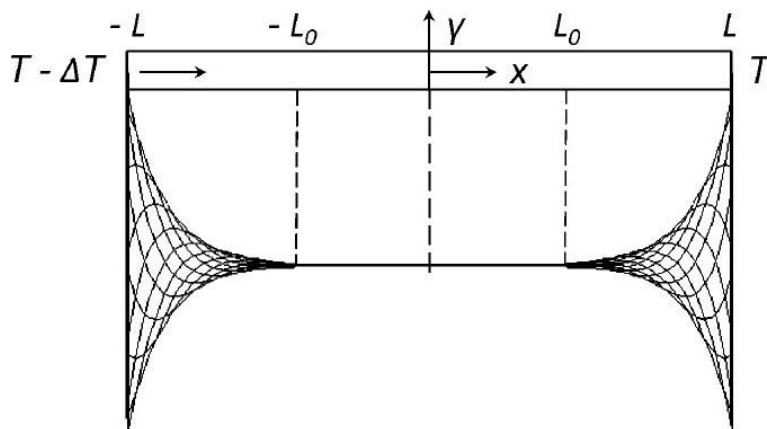


Рис. 2.8. Схема розподіленого ґрунтового U-подібного колектора

Розглянемо циліндричну систему координат (r, z) , в якій початок координат пов'язаний із серединою довжини колектора. У зазначеній системі координат процес теплообміну між розсолем і навколишнім середовищем описується такою системою рівнянь:

$$\frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) = 0 \quad \text{при } r > R, \quad (2.69)$$

$$V \frac{\partial T_b}{\partial x} = \chi_b \left(\frac{\partial^2 T_b}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T_b}{\partial r} \right) \right) \quad \text{при } r < R. \quad (2.70)$$

Тут індекси s і b стосуються ґрунту й розсолу відповідно; χ_b – коефіцієнт теплопровідності розсолу. В реальних умовах рух розсолу в колекторі досить повільний, тому вважатимемо, що в трубі реалізується перебіг Пуазейля, тобто:

$$V_x = V_{\max} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right], \quad (2.71)$$

де V_{\max} – максимальна швидкість руху Пуазейля по осі труби при $r = 0$. Впливом стінки труби на процес теплообміну між ґрунтом і розсолем можна знехтувати. Це означає, що матеріал труби має достатню теплопровідність.

Задамо характерні просторові масштаби в поздовжньому L_x і в поперечному R напрямках та визначимо безрозмірні змінні:

$$r^* = \frac{r}{R}, \quad x^* = \frac{x}{L_x}. \quad (2.72)$$

Враховуючи, що $V_{\max} = \frac{2Q}{\pi R^2}$ рівняння (2.71) набуде вигляду:

$$(1-r^{*2}) \frac{\partial T_b}{\partial x^*} = \frac{L_x \chi_b \pi}{2Q} \left[\left(\frac{R}{L_x} \right)^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^{*2}} + \frac{1}{r^*} \frac{\partial}{\partial r^*} r^* \frac{\partial T}{\partial r^*} \right]. \quad (2.73)$$

Лівий доданок у рівнянні (2.73) описує конвективне теплоперенесення в трубі, а праве – теплоперенесення внаслідок теплопровідності. Отже, з рівняння (2.73) впливає вираз для характерної довжини L_x

$$L_x = \frac{2Q}{\pi \chi_b}. \quad (2.74)$$

З урахуванням формули (2.68) вираз (2.74) набуває вигляду:

$$L_x = \frac{2E_0}{\pi \lambda_b \Delta T}. \quad (2.75)$$

Тут λ_b – коефіцієнт теплопровідності розсолу. Отже, характерна довжина L_x залежить від характеристик теплового насоса – його потужності E_0 та перепаду температур ΔT у випарнику. З теорії розмірності й подібності [39] впливає, що довжина земляного колектора L_0 повинна бути пропорційна величині L_x , що свідчить про її функціональну залежність від характеристик ТН.

Оцінимо вираз $(R/L_x)^2$ у рівнянні (2.73) та з урахуванням залежності (2.73) отримаємо:

$$\left(\frac{R}{L_x} \right)^2 = \left(\frac{R \lambda_b \pi \Delta T}{2E} \right) \ll 1. \quad (2.76)$$

Для реальних властивостей ГТС це означає, що дифузіїю теплоти в розсолі в напрямку x можна знехтувати. Тоді система рівнянь (2.69), (2.70) набуває вигляду:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \theta_s}{\partial r} \right) = 0 \quad \text{при} \quad r > 1, \quad (2.77)$$

$$(1-r^2) \frac{\partial \theta_b}{\partial x} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \theta_b}{\partial r} \right) \quad \text{при} \quad r < 1, \quad (2.78)$$

де (r, x) – безрозмірні змінні. Безрозмірна температура в ґрунті й трубі визначається за формулою:

$$\theta_{s,b}(r, x) = \frac{T_{s,b} - T_1}{T_0 - T_1}. \quad (2.79)$$

Індекси s і b стосуються ґрунту та розсолу відповідно.

Сформулюємо граничні умови для завдання (2.76), (2.78) на межі труби й ґрунту та приймемо умови безперервності температури теплових потоків тобто:

$$\theta_s = \theta_b \text{ при } r = 1, \quad \forall x; \quad (2.80)$$

$$\frac{\partial \theta_b}{\partial r} = \frac{\lambda_s}{\lambda_{br}} \frac{\partial \theta_s}{\partial r} \text{ при } r = 1, \quad \forall x. \quad (2.81)$$

Крім того,

$$\theta_s \rightarrow 1 \text{ при } r \rightarrow \infty, \quad \forall x \quad (2.82)$$

і θ_s кінцева за $r = 0$.

При поздовжній координаті x потрібно задати тільки одну граничну умову через параболічність рівняння (2.78). Тому для зручності подальшого виконання граничного завдання зв'яжемо початок координат з точкою виходу розсолу з випарника теплового насоса (рис. 2.8). Тоді відповідно до формули (2.79)

$$\theta_b = 0 \text{ при } x = 0 \text{ и } r < 1. \quad (2.83)$$

Таким чином, система рівнянь (2.76), (2.78) з граничними умовами (2.80 – 2.83) з урахуванням зроблених вище припущень описує процеси енергообміну в геотермальній системі між ґрунтом, вертикальним колектором і тепловим насосом. У разі такої постановки задачі геотермальна система розглядається як єдина термодинамічна система, в якій процеси енергообміну між ґрунтом, вертикальним колектором і тепловим насосом виявляються узгодженими. Це створює можливість конструювання оптимальних геотермальних систем.

РОЗДІЛ 3. ТЕХНОЛОГІЧНІ Й ТЕПЛОФІЗИЧНІ ПАРАМЕТРИ ГЕОТЕРМАЛЬНИХ ҐРУНТОВИХ ТЕПЛООБМІННИКІВ

3.1. Визначення параметрів горизонтального ґрунтового теплообмінника

Крім властивостей ґрунту та кліматичних умов визначення параметрів ґрунтових теплообмінників (колекторів) горизонтального типу залежить від часу експлуатації теплового насоса протягом року. Зазвичай за основу береться максимальна кількість робочих годин, що дорівнює 1800.

Визначення необхідної площі для колектора горизонтального типу базується на питомій потужності відведення q_E ґрунту та потужності охолодження Q_0 теплового насоса типу «соляний розчин – вода» [18]

$$A_{\min} = \frac{Q_0}{q_E}. \quad (3.1)$$

Потужність охолодження відповідає частині потужності теплового насоса, отриманої з навколишнього середовища, і становить різницю між тепловою потужністю Q_H і споживанням електроенергії P_{el}

$$Q_0 = Q_H - P_{el}. \quad (3.2)$$

Необхідна довжина труби колектора L_K розраховується виходячи з необхідної площі колектора A_{\min} та відстані між трубами колектора

$$L_K = \frac{A_{\min}}{S}. \quad (3.3)$$

При зменшенні відстані між трубами зі збереженням потужності, що відводиться, існує ризик утворення бруду у весняний період. У цьому разі крижані циліндри навколо труб не розтануть вчасно, отже, дощові опади не зможуть просочитися в ґрунт. При збільшенні відстані між трубами температура соляного розчину зменшується для відведення аналогічної кількості теплоти. В разі пікових навантажень температура соляного розчину в зворотній трубі опуститься нижче рівня -5 °С, що може призвести до вимкнення теплового насоса. Таким чином, відхилення у відстані між трубами більш ніж на 5 см завжди вимагає зменшення поверхневої питомої потужності відведення

$$Q_{WP} = (Q_G + Q_{WW})Z. \quad (3.4)$$

При плануванні розмірів труб ґрунтового теплообмінника необхідно забезпечити низькі втрати тиску, оскільки підвищений рівень в'язкості порівняно з водою збільшує потужність циркуляційного насоса та знижує сезонний коефіцієнт

ент корисної дії теплового насоса. В разі планування розмірів моновалентного теплового насоса типу «соляний розчин – вода» площа джерел теплоти має відповідати тепловому навантаженню будівлі Q_G , а не потужності теплового насоса. Загальна теплова потужність Q_{WP} включає необхідне теплове навантаження будівлі Q_G і навантаження на ГВС Q_{ww} з урахуванням часу блокування Z . Якщо при виборі теплового насоса використовується модель з меншим рівнем теплової потужності або меншою площею колектора, то збільшується час експлуатації теплового насоса. Це означає, що колектор піддається більшому навантаженню або працює з вищим річним показником відведення. Для компенсації зростання часу експлуатації площа колектора має бути збільшена, що призводить до зростання енергоспоживання. Ретельне планування та визначення необхідних розмірів колекторів горизонтального типу є обов'язковими процедурами. Слід уникати заниження розмірів, це призводить до зниження робочих температур соляного розчину і, отже, низьких сезонних ККД [18].

3.1.1. Параметричні таблиці даних для розрахунку горизонтального ґрунтового теплообмінника

Кількість відібраної теплоти горизонтальним ґрунтовим теплообмінником залежить від характеристики ґрунту, пори року, тривалості відбору теплоти (експлуатаційний період теплового насоса у годинах на рік) тощо. В табл. 3.1 наведено значення норми відібраної теплоти, виходячи з тривалості експлуатації теплового насоса в межах 1800–2400 год на рік, якщо тепловий насос використовується лише для опалення.

Таблиця 3.1. Норми відбору теплоти горизонтальними теплообмінниками (для умов Центральної Європи) [40]

Характеристика ґрунту	Питомі значення норми відбору теплоти за експлуатаційний період один рік, Вт/м ²	
	1800 год	2400 год
Сухий сипкий	10	8
Вологий в'язкий	20 ... 30	16 ... 24
Насичений водою пісок чи гравій	40	32

Додаткова кількість теплоти для водопостачання може бути отримана при подовженні роботи теплонасосної установки. На ділянці, де змонтовано горизонтальний ґрунтовий колектор, не повинно бути жодних споруд.

При проєктуванні системи на більш тривалий період необхідно враховувати норму щорічно відібраної теплоти з квадратного метра площі ґрунтового колек-

тора (кВт/м² на рік), оскільки це значення відображає тривалу дію безперервного відбору теплоти.

Це значення має бути в діапазоні від 50 до 70 кВт/м² на рік лише на опалення.

Таблиця 3.2. Теплопровідність ґрунтів [41]

Питома вага ґрунту, т/м ³	Вологість у частках одиниць	Теплопровідність, λ , Вт/(°С·м), ґрунту для горизонтальних (Г) та вертикальних (В) теплообмінників					
		Пісок		Супесь		Суглинки та глини	
		Г	В	Г	В	Г	В
1,4	0,35	-	-	3,81	3,89	3,32	3,40
	0,30	-	-	3,68	3,76	3,07	3,14
	0,25	4,3	4,12	3,32	3,39	2,82	2,88
	0,20	3,32	3,38	2,82	2,89	2,33	2,37
	0,15	2,93	2,99	2,32	2,37	1,84	1,88
	0,10	2,32	2,36	1,96	2,0	1,48	1,51
	0,05	1,57	1,61	1,35	1,37	0,97	0,99
1,6	0,30	-	-	3,98	4,02	3,56	3,63
	0,25	5,28	5,37	3,8	3,88	3,2	3,26
	0,20	4,53	4,63	3,42	3,49	2,81	2,87
	0,15	3,79	3,87	3,06	3,12	2,32	2,37
	0,10	3,05	3,11	3,41	3,47	1,84	1,87
	0,05	2,21	2,24	1,7	1,74	1,2	1,22
1,8	0,20	5,63	5,72	3,93	4,00	3,22	3,38
	0,15	4,78	4,84	3,54	3,60	2,96	2,99
	0,10	4,34	4,21	3,05	3,11	2,21	2,26
	0,05	3,04	3,09	2,1	2,12	1,47	1,50
2,0	0,10	5,73	5,82	3,66	3,72	3,69	2,74
	0,05	4,40	4,46	-	-	-	-

Спираючись на американський досвід [42], виконано аналіз залежностей величини теплового потоку від деяких факторів, що впливають на нього. Це дозволило визначити питомих значення теплового потоку q_{Γ} , який надходить від ґрунту до горизонтально прокладеного ґрунтового теплообмінника у вигляді

$$q_{\Gamma} = (1,4\lambda - 0,5) \left(\frac{W_x}{W_T} + 1 \right) (t_{\Gamma P} - t_x), \quad (3.5)$$

де λ – теплопровідність ґрунту, Вт/(°С м);

W_x та W_T – кількість холоду та тепла, що відбирається від ґрунту за рік;

$t_{ГР}$ – температура ґрунту в природному стані, °С;

t_x – середня температура рідини, що охолоджує ґрунт, °С.

Петлі горизонтальних теплообмінників не повинні розміщуватися близько одна від одної, на відстані 1 м практично виключено вплив однієї петлі на іншу і на ефективність системи в цілому.

3.2. Визначення параметрів енергетичних палів

Розрахунок параметрів енергетичних палів [18] залежить від річної кількості годин експлуатації теплового насоса та конструкції бетонних палів, а також рівня теплової взаємодії між енергопалами. Що нижчий термічний опір R_E енергетичної палі, то вищий рівень передачі теплоти. Термічний опір вказує на втрату температури під час передачі тепла від підґрунтя теплоносія (соляного розчину). Значний вплив на рівень термічного опору мають діаметр буронабивної палі, теплопровідність матеріалу палі й тип енергосваї. Що менший діаметр палі, то менший тепловий опір. Що вище показник теплопровідності матеріалу палі, то менша втрата теплоти під час теплопередачі (менший термічний опір). Отже, термічний опір енергопалі R_E складається зі значень перехідних опорів окремих елементів та питомих значень опору матеріалу. Перехідні опори: ґрунт – матеріал палі – труба – теплоносій (соляний розчин)

$$R_E = R_c + R_R + R_P, \quad (3.6)$$

де R_c – опір теплопередачі теплоносія / труба; R_S – опір теплопередачі циркуляційних контурів; R_P – опір теплопередачі матеріалу палі.

Необхідна довжина циркуляційного контуру L базується на питомій потужності відведення q_E ґрунту та потужності охолодження Q_0 теплового насоса типу «соляний розчин – вода»

$$L = \frac{Q_0}{q_E}. \quad (3.7)$$

Холодопродуктивність відповідає частині потужності теплового насоса, отриманого з навколишнього середовища, і становить різницю між тепловою потужністю Q_H та споживанням електроенергії P_{el}

$$Q_0 = Q_H + P_{el}. \quad (3.8)$$

Під час параметрів розрахунку труб, що підводять до енергетичних палів необхідно забезпечити низькі втрати тиску, оскільки збільшення потужності циркуляційного насоса знижує сезонний коефіцієнт корисної дії β теплового насоса.

Таблиця 3.3. Питома потужність відведення на 1 м глибини енергетичної палі [18]

Підгрунтя	Питома потужність відведення q_E на 1 м глибини палі (Вт/м) для потужності опалення до 30 кВт	
	1800 год/рік	2400 год/рік
Погана якість підгрунтя, сухі відкладення	25	20
Нормальне тверде підгрунтя, відкладення насичені водою	60	50
Зцементована порода з високим рівнем теплопровідності	84	70

Важливо враховувати підвищений рівень в'язкості соляного розчину в порівнянні з водою. Максимальна швидкість потоку має становити 1 м/с. Течія в енергетичних палях повинна мати турбулентний характер, оскільки це збільшує теплообмін між трубою та соляним розчином, що своєю чергою збільшує температуру соляного розчину. При підборі моновалентного теплового насоса типу «соляний розчин – вода» площа джерел теплоти повинна відповідати необхідному тепловому навантаженню будівлі Q_G , а не потужності теплового насоса. Загальна необхідна потужність Q_{WP} включає теплове навантаження будівлі Q_G і навантаження на систему ГВС Q_{ww} з урахуванням часу блокування Z

$$Q_{WP} = (Q_G + Q_{ww}) Z. \quad (3.9)$$

Якщо при виборі теплового насоса використовується модель з меншим рівнем теплової потужності або меншою довжиною циркуляційних контурів, збільшується час експлуатації теплового насоса. Це означає, що енергетична паля знає більшого навантаження, щоб досягти вищого річного показника відведення. Для компенсації зростання часу експлуатації довжина циркуляційного контуру має бути збільшена, що призводить до зростання енергоспоживання. При розрахунку систем з енергетичними палями важливу роль відіграють теплові властивості ґрунту. Вони визначаються під час розрахунку теплопровідності зразків породи, одержаних під час проведення пробного буріння. Однак цей метод є складним і може бути здійснений лише у лабораторних умовах.

Для розрахунку систем енергопалей з використанням моделюючих програм потрібна інформація щодо теплопровідності по всій глибині свердловини.

Цю інформацію можна отримати безпосередньо на місці проведення робіт за допомогою тесту теплопровідності. Тест теплопровідності проводиться за допомогою енергопалі в зібраному стані. Під час проведення тесту до енергопалі підводиться постійна тепла потужність, після чого відбувається її відбір. Оцінка проводиться з урахуванням теорії лінійного джерела Кельвіна. Отримані результати дають змогу побачити точні геологічні умови на місці проведення робіт по

всій довжині енергопалі за стандартних умов експлуатації, включаючи вплив потенційно існуючого руху ґрунтових вод.

3.3. Визначення параметрів систем, що використовують ґрунтові води як джерело низькопотенційної теплоти

Витрата ґрунтової води визначається за формулою

$$G = \left(\frac{1,1 \cdot 3600 \cdot Q_{TH}}{c \Delta t_{исп}} \right) \left(\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \right), \quad (3.10)$$

де Q_{TH} – теплова потужність теплового насоса; c – питома теплоємність води, що дорівнює 4,187 кДж/кг °С; $\Delta t_{вик}$ – різниця температур води на вході у випарник і на виході з нього, яка зазвичай приймається рівною 5 °С, вона може бути на градус більше за умови, що температура на виході з випарника не нижче 5 °С; 1,1 – коефіцієнт, що враховує можливе зменшення дебіту свердловини в процесі експлуатації.

Ґрунтову воду, яку використовували як джерело низькопотенційної теплоти, необхідно повернути у водоносний горизонт. При недостатній водопроникності водоносного шару для цього може знадобитися насос великої потужності, що погіршить загальну ефективність теплонасосної системи.

Вода не повинна містити домішок та агресивних речовин. Необхідно вжити заходів для недопущення потрапляння кисню до системи відбору теплоти, особливо в разі присутності у воді заліза та марганцю. Необхідно дотримуватись вимог виробника теплових насосів [40]. Гранично допустимі концентрації розчинних елементів у воді наведені в Таблиці 3.4.

Таблиця 3.4. Гранично допустимі концентрації розчинних елементів у воді [40]

Параметри / одиниці вимірювання	Вода, що подається на випарник ТН	Вода питна
Органічні речовини (можливість відкладення осаду)	Ні	Ні
Кислотність, рН	6,5 ... 9,0	6,0 ... 9,0
Питома електропровідність, $\mu\text{S}/\text{cm}$	50 ... 1000	-
Хлорид, мг/л	< 300	-
Залізо, мг/л	1,0	0,3
Марганець, мг/л	1,0	0,1
Сульфат, мг/л	0 ... 150	-
Вміст кисню O_2 мг/л	< 2	4
Хлор, мг/л	0 ... 5	-
Нітрат, мг/л	0 ... 100	45

Якщо вода не відповідає вищезгаданим вимогам (наприклад, у разі використання морської води), застосовують вторинний контур або технологію очищення води.

Напрямок потоку ґрунтових вод має враховуватися при виборі положення нагнітальної свердловини. Свердловина для відбору води повинна розташовуватися перед свердловиною нагнітальною в напрямку потоку ґрунтових вод.

Визначальним параметром ефективності теплонасосної установки є відстань між свердловинами для відбору та нагнітання води. Ця відстань не повинна бути надто великою, щоб гідравлічний опір водонасиченого горизонту не був надто високим. З іншого боку, якщо гідравлічний опір буде дуже малим, то ґрунт не зможе віддати ґрунтовій воді необхідну кількість теплоти. Для вибору оптимальної відстані між свердловинами використовують табл. 3.5 [42].

Таблиця 3.5. Оптимальна відстань між свердловинами для відбору та нагнітання води, якщо пористість ґрунту водонасиченого горизонту 20% [42]

Товщина водоносного горизонту, м	Кількість днів роботи протягом року	Відстань між свердловинами, м, при витраті теплоносія м ³ /год								
		2,3	4,6	9,2	13,8	18,4	23	46	115	230
3	100	35	48	69	85	99	111			
	140	39	54	77	94	110	122			
	210	44	61	88	109	127	144			
	280	50	68	100	124	145	125			
6	100	30	41	59	72	84	94			
	140	33	48	67	82	96	108			
	210	39	54	77	95	111	124			
	280	44	61	87	107	126	141			
9	100	26	37	53	63	74	82	117		
	140	30	43	59	73	85	94	136		
	210	36	50	70	85	99	110	157		
	280	41	57	81	97	113	126	178		
12	100	24	33	47	58	67	75	108		
	140	29	38	54	66	77	87	125		
	210	33	46	65	80	92	103	148		
	280	37	54	76	93	106	119	170		

Товщина водоносного горизонту, м	Кількість днів роботи протягом року	Відстань між свердловинами, м, при витраті теплоносія м ³ /год								
		2,3	4,6	9,2	13,8	18,4	23	46	115	230
15	100	22	31	44	54	62	68	94	155	217
	140	25	36	50	62	72	80	112	178	251
	210	30	42	60	75	86	94	133	212	301
	280	35	48	70	87	100	108	153	247	350
24	100	17	25	36	45	52	58	81	128	180
	140	21	30	42	52	60	67	94	151	208
	210	25	36	51	63	72	81	115	178	252
	280	29	42	60	74	85	95	136	206	296
30	100	17	23	33	40	47	52	73	116	165
	140	20	27	38	47	54	61	86	136	193
	210	24	32	46	56	65	73	105	162	230
	280	28	37	53	66	76	85	123	187	268

Якщо дослідженнями встановлено напрям руху води у водонасиченому горизонті в один бік, то нагнітальна свердловина може розміщуватися на відстані не менше 5 м від свердловини для відбору води, якщо природний рух ґрунтових вод спрямований від свердловини для відбору води до нагнітальної [43].

Дані табл. 3.5 наведено для водонасичених ґрунтів, що характеризуються пористістю 20%. Якщо пористість ґрунту 10%, потрібну відстань між свердловинами рекомендується збільшити на 5%, а якщо пористість 30% – зменшити на 5%. Діапазони значень пористості деяких ґрунтів наведені в табл. 3.6.

Таблиця 3.6. Значення пористості ґрунтів [40]

Ґрунт	Пористість, %	Ґрунт	Пористість, %
Глина	45–50	Пісковик	5–30
Мул	35–50	Вапняк	1–20
Пісок	25–40	Сланець	0–10
Ґравій	25–40	Гірська порода	< 1

Використовуючи дані цієї таблиці, можна визначити необхідний обсяг ґрунтової води для роботи теплового насоса на конкретному об'єкті.

3.4. Визначення параметрів вертикального ґрунтового теплообмінника

Розрахунок вертикальних ґрунтових теплообмінників (колекторів) залежить від властивостей ґрунту, сезону експлуатації теплонасосної системи, діаметра свердловини, матеріалу засипки свердловини, розташування труб у свердловині та теплової взаємодії систем вертикальних колекторів. Що нижчий термічний опір свердловини R_b , то вища інтенсивність теплообміну. Термічний опір свердловини вказує на втрату температури під час передачі теплоти від ґрунту теплоносію. Вагомий вплив на рівень термічного опору свердловини мають діаметр свердловини, теплопровідність матеріалу засипки та тип вертикального колектора. Чим менший діаметр свердловини, тим менший її термічний опір. Що вище теплопровідність матеріалу засипки свердловини, то інтенсивніше теплопередача і відповідно нижче термічний опір свердловини. Отже, термічний опір свердловини складається зі значень перехідних опорів окремих елементів та питомих опорів матеріалів. Перехідні опори: ґрунт – засипка свердловини – труба – теплоносії (соляний розчин).

Опір матеріалів:

$$R_b = R_c + R_s + R_v. \quad (3.11)$$

R_c – опір тепловіддачі теплоносії / труба;

R_s – опір теплопровідності труби вертикального колектора;

R_v – опір теплопередачі матеріалу засипки свердловини. Необхідна довжина колектора L базується на питомій потужності відведення q_E ґрунту та потужності охолодження Q_0 теплового насоса типу «соляний розчин – вода».

$$L = \frac{Q_0}{q_E}. \quad (3.12)$$

Потужність охолодження відповідає частині потужності теплового насоса, отриманої з навколишнього середовища, і становить різницю між тепловою потужністю Q_H та споживанням електроенергії P_{el} .

$$Q_0 = Q_H - P_{el}. \quad (3.13)$$

При розрахунку параметрів труб, що підводять до горизонтальних колекторів необхідно забезпечити низькі втрати тиску, оскільки потужність циркуляційного насоса знижує сезонний коефіцієнт корисної дії β теплового насоса. Важливо враховувати підвищений рівень в'язкості соляного розчину в порівнянні з водою.

Максимальна швидкість потоку має становити 1 м/с. Течія у ґрунтовому контурі повинна мати турбулентний характер, оскільки це посилює теплообмін між трубою та соляним розчином, що своєю чергою підвищує його температуру. При

підборі моновалентного теплового насоса типу «соляний розчин – вода» площа джерел теплоти має відповідати необхідному навантаженню будівлі Q_G , а не потужності теплового насоса. Загальна необхідна потужність Q_{WP} складається з необхідного навантаження будівлі Q_G та навантаження на ГВС Q_{ww} .

$$Q_{WP} = (Q_G + Q_{ww})Z. \quad (3.14)$$

Якщо при виборі теплового насоса використовується модель з меншим рівнем теплової потужності або меншою довжиною контуру, то збільшується час експлуатації теплового насоса. Це означає, що вертикальний колектор піддається більшому навантаженню, або має більший річний показник відведення. Для компенсації зростання часу експлуатації довжина контуру має бути збільшена, що призводить до зростання енергоспоживання. На практиці використовуються такі параметри: при розрахунку моновалентного теплового насоса типу «соляний розчин – вода» потужність теплового насоса має становити мінімум 100% необхідної продуктивності.

При розрахунку більших систем колекторів вертикального типу (>30 кВт) дуже важливу роль відіграють теплові властивості ґрунту. Вони визначаються при розрахунку теплопровідності зразків ґрунту під час проведення пробного буріння. Однак цей метод є складним і може бути здійснений тільки в лабораторних умовах. Для розрахунку вертикальних ґрунтових колекторів з використанням моделюючих програм потрібна інформація щодо теплопровідності по всій глибині свердловини. Цю інформацію можна отримати безпосередньо на місці проведення робіт за допомогою тесту теплопровідності.

Тест теплопровідності проводиться за допомогою виготовленого у заводських умовах ґрунтового колектора. Під час проведення тесту до колектора підводиться стала тепла потужність, після чого відбувається її відбір. Оцінка проводиться на основі теорії лінійного джерела Кельвіна. Отримані результати дають змогу оцінити точні геологічні умови на місці проведення робіт на всій глибині свердловини і за стандартних умов експлуатації, включаючи вплив потенційно існуючого руху ґрунтових вод.

3.4.1. Параметричні таблиці даних для розрахунку вертикального ґрунтового теплообмінника

Для ґрунтових теплообмінників середнє значення відібраної питомої теплоти визначається кількістю теплової енергії на один метр глибини свердловини (Вт/м). Норма відбору залежить від характеристики ґрунту та тривалості відбору теплоти (експлуатаційний період для теплових насосів у годинах на рік).

У табл. 3.7 наведено значення відібраної теплоти при середньорічній зовнішній температурі в діапазоні від 9 до 11 °С, відповідні окремим опалювальним системам з пробуреними свердловинами.

Якщо характеристика ґрунту значно відрізняється від табличних, довжина свердловин та/або кількість свердловин має бути підібрана таким чином, щоб компенсувати максимальні відхилення відбору теплового потоку. Для забезпечення тривалішого періоду роботи проєкт має передбачати таку кількість теплової енергії на метр глибини свердловини (у кВт/м упродовж року), яка забезпечить безперервний відбір теплоти протягом розрахункового періоду.

Різниця температури теплоносія у зворотному колекторі та температури незайманого ґрунту (на глибині 10 м) при постійній експлуатації системи не повинна виходити за межі 11 °С.

Для потужніших теплонасосних систем, що використовують ґрунт як джерело теплоти, застосовують індивідуальні розрахунки за допомогою методів аналітичних рішень чи цифрового моделювання [40].

Таблиця 3.7. Питомі значення теплоти для різних типів ґрунту [44] (для умов Центральної Європи)*

Тип ґрунту	Питоме значення відібраної теплоти (Вт/м) при експлуатаційному періоді в один рік	
	1800 год	2400 год
Виснажений ґрунт (з сухими частинами), $\lambda < 1,5$ Вт/(м·°С)	25	20
Звичайний ґрунт (водонасичений), $1,5 < \lambda < 3$ Вт/(м·°С)	60	50
Пухка порода з високою теплопровідністю, $\lambda > 3$ Вт/(м·°С)	84	70
Сухий гравій та пісок	< 25	< 20
Гравій або пісок вологий	(65...80) Вт/м	(55...65) Вт/м
Гравій або пісок (сильний потік ґрунтових вод)	(80...100) Вт/м	(70...100) Вт/год
Волога глина	(35...50) Вт/м	(30...40) Вт/м
Важкий вапняк	(55...70) Вт/м	(45...60) Вт/м
Піщаник	(65...80) Вт/м	(55...65) Вт/м
Кремністі магматити (наприклад, граніт)	(65...85) Вт/м	(55...70) Вт/м
Базові магматити (базальт)	(40...65) Вт/м	(35...55) Вт/м
Діорит	(70...85) Вт/м	(60...70) Вт/м

*Примітка: значення дійсні для теплових насосів тепловою продуктивністю до 30 кВт.

При облаштуванні вертикальних ґрунтових теплообмінників необхідне їхнє тампонування.

Відстань між двома ґрунтовими свердловинами повинна становити при глибині до 50 м не менше 5 м, а при глибині до 100 м не менше 6 м.

Подальше збільшення глибини призводить до збільшення потужності циркуляційного насоса ґрунтового колектора і, як наслідок, зменшення ефективності установки в цілому [43].

Для того щоб визначити загальну довжину L_c , м, вертикального теплообмінника, необхідно знати теплову потужність теплового насоса (Q_{TH} , кВт) і розрахувати коефіцієнт перетворення ε

$$L_c = \left(\frac{10^3 Q_{TH}}{q_c} \right) \left(\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \right), \quad (3.15)$$

де q_c – питомий тепловий потік, Вт/м, з 1 погонного метра свердловини.

Розмір q_c залежить від багатьох чинників, точне значення визначається експериментально.

Спираючись на існуючий досвід [42], виконаний аналіз залежностей величини теплового потоку від факторів, що впливають на нього. Це дозволило визначити питомих значення теплового потоку q_G , що надходить від ґрунту до вертикально прокладеного теплообмінника у вигляді

$$q_G = (1,4 \cdot \lambda - 0,5) \cdot k \left(\frac{W_x}{W_T} + 1 \right) \cdot (t_{GP} - t_x), \quad (3.16)$$

де λ – теплопровідність ґрунту, Вт/(°С·м); W_x та W_T – кількість холоду / теплоти, що відбирається від ґрунту за рік, Вт; t_{GP} – температура ґрунту в природному стані, °С; t_x – середня температура рідини, що охолоджує ґрунт, °С; k – коефіцієнт, що дорівнює 1,0 при опусканні в свердловину однієї U-подібної труби і $k = 1,28$, якщо труби дві.

Ця формула моделює теплообмін за умови заповнення простору свердловини між поліетиленовою трубою та масивом ґрунту бентонітом.

Використовуються поліетиленові труби із зовнішнім діаметром від 25 до 40 мм.

Діаметри рекомендується вибирати так, щоб гідравлічний опір однієї свердловини не перевищував 50 кПа.

Для практичних розрахунків значення обсягу теплоносія в ґрунтовому колекторі наведено в табл. 3.8.

Таблиця 3.8. Об'єм теплоносія в трубі з поліетилену ПЕ 100 [40]

Діаметр × товщину стінки, мм	20 × 2,0	25 × 2,3	32 × 3,0	40 × 2,3	40 × 3,7	40 × 3,7	50 × 2,9	63 × 5,8	63 × 3,6
Об'єм теплоносія в трубі, пм/л	0,201	0,327	0,531	0,984	0,835	1,595	1,308	2,070	2,445

При розрахунку ґрунтових колекторів необхідно проводити гідравлічні розрахунки. Наведемо значення втрат тиску за довжиною для поліетиленових труб різних діаметрів. Як теплоносій приймаємо 50%-й розчин води та пропіленгліколю.

3.5. Визначення теплової потужності та відстані між свердловинами вертикального ґрунтового теплообмінника

Запропоновано чисельне розв'язання задачі нестационарної теплопровідності в ґрунтовому масиві для розрахунку теплової потужності та відстані між свердловинами вертикального ґрунтового теплообмінника (колектора) (ВГК) за допомогою методу кінцевих різниць [37].

1. Вихідні дані до розрахунку ВГК. Як приклад приймемо такі типові значення розрахункових параметрів ВГК: проектується з поліетиленових труб, $\lambda_2 = 0,38 \text{ Вт/(м}\cdot\text{°C)}$, внутрішнім діаметром $d_1 = 32 \text{ мм}$ і зовнішнім діаметром $d_2 = 40 \text{ мм}$. Діаметр свердловини становить $d_3 = 200 \text{ мм}$. Свердловина заповнена високотеплопровідною бентонітовою сумішшю, $\lambda_3 = 2,0 \text{ Вт/(м}\cdot\text{°C)}$. Ґрунт – глина, $\lambda_4 = 2,0 \text{ Вт/(м}\cdot\text{°C)}$, $a_4 = 6,63 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$. Теплоносій – 25%-й розчин етиленгліколю, $\lambda_1 = 0,49 \text{ Вт/(м}\cdot\text{°C)}$, $a_1 = 1,24 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$. Середня температура теплоносія $u_1 = 0 \text{ °C}$. Тривалість опалювального періоду $Z = 176 \text{ діб}$ (м. Київ).

2. Теплова потужність ВГК у холодний період. Припустимо, що швидкість теплоносія w постійна, а при зміні теплової потужності q пропорційно змінюється різниця температур u теплоносія на виході та вході колектора так, що $q/\Delta u = \text{const}$. Для визначення w використовуємо орієнтовні значення параметрів ВГК [45]: $q = 40 \text{ Вт/м}$, $L = 100 \text{ м}$, $u = 5 \text{ °C}$. За формулою (3.17) знаходимо $w = 0,13 \text{ м/с}$.

$$w = \frac{qLa_1}{2\lambda_1 \Delta u S_1} \quad (3.17)$$

де: q – питома лінійна теплова потужність вертикального ґрунтового колектора, Вт/м;

Δu – різниця температур теплоносія на виході та вході вертикального ґрунтового колектора,

S_1 – площа поперечного перерізу труби.

Критерій Рейнольдса дорівнює $Re = 1170$ і відповідає ламінарному режиму течії. Однак навіть за малих значень Re на великій відстані x від входу в трубу ($x/d > 500$) режим течії втрачає стійкість і може ставати турбулентним [26]. Відношення загальної довжини U-подібної труби до її внутрішнього діаметра становить $2L/d_1 = 3125$. Тому видається обґрунтованим визначити коефіцієнт тепловіддачі a внутрішньої поверхні труби на підставі наближеного виразу (3.18) для перехідного режиму.

$$Nu = \frac{1}{2} (0,17 Re^{0,33} + 0,021 Re^{0,8}) Pr^{0,43}, \quad (3.18)$$

де $Re = wd_1/\nu$, w – швидкість руху теплоносія, м/с, ν – кінематичний коефіцієнт в'язкості теплоносія, м²/с; Pr – критерій Прандтля, $Pr = \nu/a_1$; a_1 – коефіцієнт теплопровідності теплоносія, м²/с, $a_1 = \lambda_1/(c_1\rho_1)$; c_1 – теплоємність, Дж/(кг•°C); ρ – щільність, кг/м³

Оцінимо вплив режиму течії на загальний опір теплопередачі R від ґрунту до теплоносія. У формулі (3.19)

$$R = R_1 + R_2 + R_3, \quad (3.19)$$

де R_1 – лінійний термічний опір від ґрунту до бетону; R_2 – лінійний термічний опір від бетону до труби; R_3 – лінійний термічний опір від труби до теплоносія.

Дві останні складові дають:

$$R_2 + R_3 = 0,11 \text{ м}^\circ\text{C/Вт}. \quad (3.20)$$

Перший доданок R_1 , обчислений за формулою (3.18), дорівнює:

$$R_1^{(2)} = 0,022, \quad R_1^{(3)} = 0,0064, \quad R_1^{(4)} = 0,0099 \text{ м}^\circ\text{C/Вт}, \quad (3.21)$$

а його співвідношення до загальної суми становить

$$\frac{R_1^{(2)}}{R_1^{(2)} + R_2 + R_3} = 0,17, \quad \frac{R_1^{(3)}}{R_1^{(3)} + R_2 + R_3} = 0,055, \quad \frac{R_1^{(4)}}{R_1^{(4)} + R_2 + R_3} = 0,083. \quad (3.22)$$

Таким чином, залежно від режиму течії внесок коефіцієнта a в загальний опір теплопередачі R може становити від 5 до 17%, що в будь-якому разі перебуває в межах інженерно-допустимої точності.

Остаточню приймемо $R_1 = R$, тоді $R = 0,12 \text{ м}^\circ\text{C/Вт}$.

Розрахунковий інтервал часу: $T_0 = 0$, $T_{max} = Z$. На початковий момент $t = T_0$ (при включенні ТН) температура ґрунту стала: $U_0(r) = U_4$.

Розрахунки виконувались щодо різних значень відстані між свердловинами $l = 4, 5, 6$ і 8 м. Результати для одиночної свердловини отримані при $l = 20$ м, коли взаємний вплив сусідніх свердловин зневажливо малий [46].

Обчислення системи рівнянь (3.23) – (3.26)

$$a_4 \left(\frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{2r^2} + \frac{1}{d_3/2 + i\Delta r} \frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2\Delta r} \right) - \frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{\Delta t} = 0, \quad (3.23)$$

$$u_{i,0} = U_0 (d_3/2 + i\Delta r), \quad (3.24)$$

$$\lambda_4 \frac{u_{1,j} - u_{-1,j}}{2\Delta r} = \frac{1}{\pi d_3 R} (u_{0,j} - U_1), \quad (3.25)$$

$$\frac{u_{m+1,j} - u_{m-1,j}}{2\Delta r} = 0. \quad (3.26)$$

проводилися за допомогою стандартних процедур математичного пакета *Maple 12* на ЕОМ. Використовувалася сітка розмірами $m = 500, n = 40$.

Розподіл температури в ґрунтовому масиві зображено на рис. 3.1. На рис. 3.2 та рис. 3.3 наведено залежності відповідно температури U_3 на межі свердловини та теплової потужності q від тривалості роботи ТН t (крива 1: $l = 4$ м, 2: $l = 5$ м, 3: $l = 6$ м, 4: $l = 8$ м, 5: одиночна свердловина).

Аналіз отриманих результатів свідчить, що оптимальна відстань між свердловинами становить $6 \dots 8$ м. Збільшення l більше 8 м недоцільно, оскільки це не призводить до суттєвого підвищення теплової потужності ВГК. Цей висновок узгоджується з рекомендаціями проектування [45, 46, 47].

Теплова потужність ВГК різко знижується (в 2,5-3 рази) у перші 15–20 діб після початку роботи ТН, а потім стабілізується й залишається відносно постійною (близько 25 Вт/м) протягом усього опалювального періоду. Отриманий результат дещо менший, ніж відомі інженерні дані. Так, для прийнятого типу ґрунту нормативний бюлетень [46] рекомендує значення $q = 30 \dots 40$ Вт/м.

Цю розбіжність можна подолати, враховуючи зміну теплової потужності ТН залежно від температури зовнішнього повітря. Очевидно, що підтримка протягом опалювального періоду постійної температури теплоносія U_1 є недоцільною. Раціональний режим роботи ТН повинен передбачати автоматичне регулювання теплової потужності q ВГК та відповідно температури U_1 залежно від необхідної теплової потужності системи опалення. Тоді максимальне розрахункове значення q досягається в січні, а в решту місяців теплова потужність ВГК буде нижчою.

Розрахунок ВГК зручно виконати за середньомісячними показниками. Крайова умова (3.27)

$$q = \frac{1}{R}(u_{0,j} - U_1). \quad (3.27)$$

на межі свердловини буде записана у вигляді

$$\left\{ \lambda_4 \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{\bar{q}}{\pi d_3 R} \right\} \Big|_{r=\frac{d_3}{2}}, \quad (3.28)$$

де \bar{q} – необхідна середньомісячна теплова потужність вертикального ґрунтового теплообмінника. Розв’язання задачі (3.28), (3.29), (3.30), (3.31)

$$a_4 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) - \frac{\partial u}{\partial t} = 0, \quad (3.29)$$

де u – температура, °C; a_4 – коефіцієнт температуропровідності ґрунту; r – полярна координата (відстань від центру скважини, м); t – час, с.

$$\{u = U_0(r)\} \Big|_{t=T_0}. \quad (3.30)$$

$U_0(r)$ – розподіл температури в початковий момент часу $t = T_0$

$$\left\{ \frac{\partial u}{\partial r} = 0 \right\} \Big|_{r=\frac{l}{2}}. \quad (3.31)$$

дозволяє визначити температурне поле в ґрунтовому масиві. Середньомісячна температура теплоносія U_1 дорівнює

$$\bar{U}_1 = \bar{U}_3 - \bar{q}R, \quad (3.32)$$

де U_3 – середньомісячна температура на межі свердловини,

$$\bar{U}_3 = \frac{1}{(T_{max}^{mic} - T_{max}^{mic})} \int_{T_{max}^{mic}}^{T_{max}^{mic}} u \Big|_{r=\frac{d_3}{2}} dt, \quad (3.33)$$

де T_{max}^{mic} , T_{max}^{mic} – початковий і кінцевий моменти часу для цього місяця. Знаючи U_1 , можна знайти коефіцієнт перетворення ТН і уточнити його енергетичні показники.

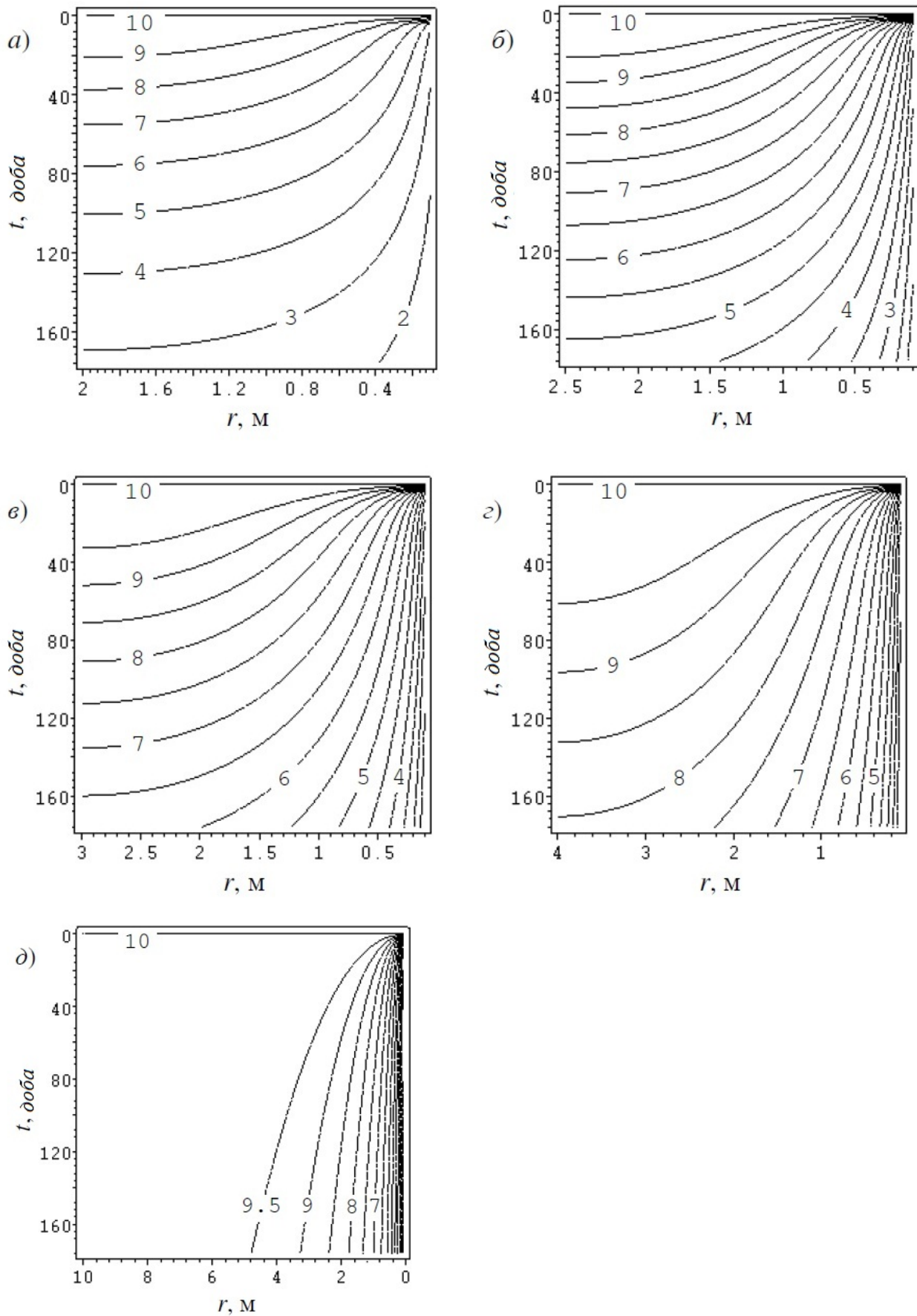


Рис. 3.1. Температура ґрунтового масиву в холодний період, °С: а) $l = 4$ м; б) $l = 5$ м; в) $l = 6$ м; г) $l = 8$ м; д) одиночна свердловина [46]

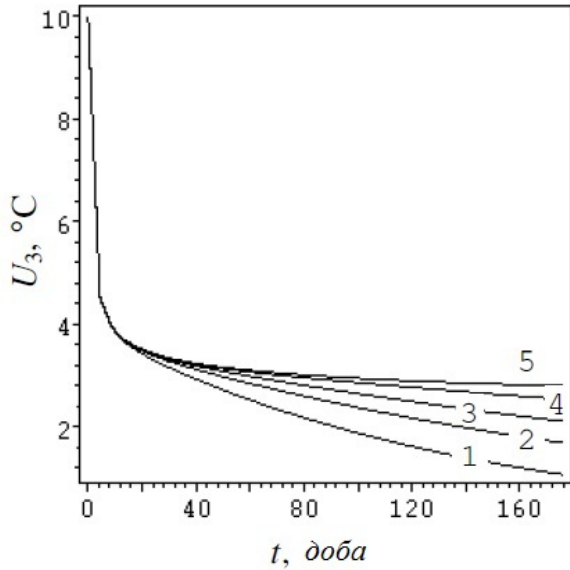


Рис. 3.2. Температура на межі свердловини у холодний період

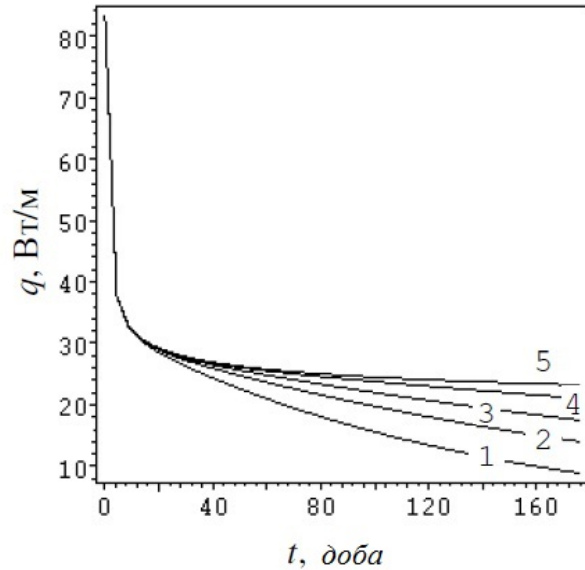


Рис. 3.3. Теплова потужність ВГК

3. Регенерація ВГК у теплий період. Після вимкнення ТН відбувається регенерація ВГК за рахунок надходження теплоти з віддалених областей ґрунту. Розглянемо цей процес для одиночної свердловини ($l = 20$ м). Розрахунковий інтервал часу: $T_0 = Z$, $T_{max} = 365$ діб. Рівняння теплопровідності та початкові умови зберігають вигляд (3.29), (3.30).

Прийmemo, що на межі свердловини Γ_3 тепловий потік дорівнює нулю:

$$\left\{ \lambda_4 \frac{\partial u}{\partial r} = 0 \right\} \Big|_{r=\frac{d_3}{2}}, \quad (3.34)$$

а на зовнішньому кордоні λ_4 розрахункової області температура ґрунту постійна:

$$\{u = U_4\} \Big|_{r=\frac{1}{2}}, \quad (3.35)$$

У звичайно-різницевій формі крайові умови (3.32), (3.33) буде записано так:

$$\frac{u_{1,j} - u_{-1,j}}{2\Delta r} = 0. \quad (3.36)$$

$$u_{m,j} = U_4, \quad (3.37)$$

Розв'язуючи систему рівнянь (3.38), (3.39),

$$a_4 \left(\frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{2r^2} + \frac{1}{d_3/2 + i\Delta r} \frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2\Delta r} \right) - \frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{\Delta t} = 0, \quad (3.38)$$

$$u_{i,0} = U_0(d_3/2 + i\Delta r), \quad (3.39)$$

та (3.36), (3.37), розглянемо, як змінюється температура ґрунтового масиву в теплий період [46].

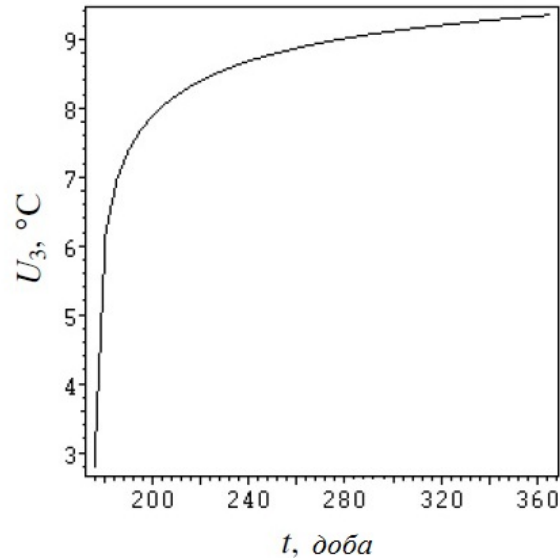
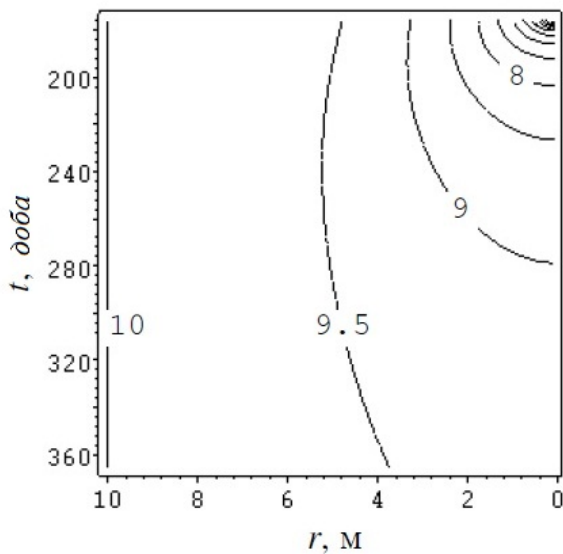


Рис. 3.4. Температура ґрунтового масиву в теплий період, °С.

Рис. 3.5. Температура на межі свердловини в теплий період

Результати розрахунку наведено на рис. 3.4, а на рис. 3.5 зображено залежність температури U_3 на межі свердловини від часу t . Аналіз отриманого рішення дозволяє зробити висновок, що максимальна інтенсивність теплової регенерації ВГК спостерігається протягом перших 30 діб, а потім внаслідок зменшення температурних градієнтів швидкість процесу суттєво уповільнюється.

Після закінчення теплого періоду температура U_3 не досягає початкового значення 10 °С: при $t = 365$ діб отримуємо $U_3 = 9,35$ °С . Це означає, що наступного опалювального сезону теплова потужність ВГК буде нижчою. Протягом кількох річних циклів амплітуда коливань температури ґрунтового масиву й теплова потужність ВГК стабілізуються.

Підвищити ефективність регенерації можна шляхом використання ВГК як джерела холоду системи кондиціонування. В цьому разі ґрунт відіграє роль сезонного акумулятора теплоти. Такий режим експлуатації дозволяє збільшити теплову потужність ВГК у холодний період та покращити енергетичні показники ТН [48, 49].

РОЗДІЛ 4. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ НЕСТАЦІОНАРНИХ ПРОЦЕСІВ В ЕЛЕМЕНТАХ ТРУБОПРОВІДІВ

4.1. Рівняння радіальних коливань стінок трубопроводів

Для того щоб вивести рівняння руху стінок трубопроводів, розглянемо спочатку зв'язки між напруженнями й деформаціями в циліндричній системі координат r, θ, z для елементарного об'єму, представленого на рис. 4.1, з розмірами $\Delta r, r\Delta\theta, \Delta z$ в околі точки з координатами r, θ, z . Позначимо через u_r, u_θ, u_z величини компонент зміщень по осях r, θ, z . Очевидно, що відносне подовження в напрямку r характеризується деформацією e_{rr} , яка визначається виразом

$$e_{rr} = [u_r(r + \Delta r) - u_r(r)] / \Delta r = \frac{\partial u_r}{\partial r}. \quad (4.1)$$

Обчислюючи відносні подовження в інших напрямках аналогічним чином, приходимо до системи рівнянь, що зв'язує деформації зі зміщеннями:

$$\begin{aligned} e_{rr} &= \frac{\partial u_r}{\partial r}, e_{\theta\theta} = \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta}, e_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z}, \\ e_{r\theta} &= \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_\theta}{r} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r}, e_{\theta z} = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u_z}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial z}, e_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z}. \end{aligned} \quad (4.2)$$

Зв'язок деформацій з напруженнями в циліндричній системі координат має таку саму форму, як і в прямокутних координатах, і записується виразами [50]

$$\begin{aligned} p_{\theta z} &= \mu e_{\theta z}, p_{zr} = \mu e_{zr}, p_{r\theta} = \mu e_{r\theta}, \\ p_{rr} &= (\lambda + 2\mu)e_{rr} + \lambda e_{\theta\theta} + \lambda e_{zz}, \\ p_{\theta\theta} &= \lambda e_{rr} + (\lambda + 2\mu)e_{\theta\theta} + \lambda e_{zz}, \\ p_{zz} &= \lambda e_{rr} + \lambda e_{\theta\theta} + (\lambda + 2\mu)e_{zz}, \end{aligned} \quad (4.3)$$

де λ – параметр Ламе і μ – модуль зсуву, які пов'язані з модулем всебічного стискування K , модулем розтягання (модулем Юнга) E і коефіцієнтом Пуассона σ такими співвідношеннями:

$$\begin{aligned} K &= \lambda + \frac{2}{3}\mu, E = \frac{9K\mu}{3K + \mu}, \sigma = \frac{3K - 2\mu}{2(3K + \mu)}, \\ K &= \frac{E}{3(1 - 2\sigma)}, \mu = \frac{E}{2(1 + \sigma)}. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Через названі вище параметри визначаються значення швидкостей поздовжніх C_l і поперечних C_t звукових коливань

$$C_l = \sqrt{\frac{E(1-\sigma)}{\rho(1+\sigma)(1-2\sigma)}}, \quad C_t = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\sigma)}}. \quad (4.5)$$

Прирівнюючи далі сили інерції, які діють на елементарний об'єм в напрямках r, z , отримаємо рівняння руху стінки трубопровода в напрямках r, z у такій формі:

$$\rho \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} = \frac{\partial p_{rr}}{\partial r} + \frac{p_{rr}}{r} \frac{\partial p_{\theta\theta}}{\partial r} + \frac{\partial p_{zr}}{\partial z}, \quad \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} = \frac{\partial p_{zr}}{\partial r} + \frac{p_{zr}}{r} + \frac{\partial p_{zz}}{\partial z} \quad (4.6)$$

(або з урахуванням виразів (4.2), (4.3) – у формі

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} &= (\lambda + 2\mu) \left(\frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r^2} \right) + \mu \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u_z}{\partial r \partial z}, \\ \rho \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} &= (\lambda + 2\mu) \left(\frac{\partial^2 u_r}{\partial r \partial z} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) + \mu \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) + (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2}. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Якщо припустити, що зміщення u_z не залежить від r , а зміщення u_r не залежить від z , система рівнянь (4.7) розщиплюється й перетворюється до вигляду

$$\rho \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \left(\frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r^2} \right), \quad (4.8)$$

$$\rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2}. \quad (4.9)$$

Далі розглянемо рівняння (4.8), прийнявши до уваги при формулюванні граничних умов ту обставину, що напруження p_{rr} пов'язане зі зміщенням u_r відповідно до виразів (4.2), (4.3) таким співвідношенням:

$$p_{rr} = (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_r}{\partial r} + \lambda \frac{u_r}{r}. \quad (4.10)$$

З (4.10) випливає, що для ненавантаженого зовнішнього контура трубопровода (рис.4.1, рис. 4.2) гранична умова для u_r має вигляд

$$(\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_r}{\partial r} + \lambda \frac{u_r}{R + \delta} \Big|_{r=R+\delta} = 0, \quad (4.11)$$

а для контура, навантаженого тиском рідини p , гранична умова u_r є

$$(\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_r}{\partial r} + \lambda \frac{u_r}{R} \Big|_{r=R} = p. \quad (4.12)$$

З рівнянь (4.9), (4.11), (4.12) випливає, що в стаціонарному випадку розподіл зміщення u_r по радіусу трубопровода r описується крайовою задачею вигляду

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r^2} &= 0, \\ (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_r}{\partial r} + \lambda \frac{u_r}{R + \delta} \Big|_{r=R+\delta} &= 0, \\ (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_r}{\partial r} + \lambda \frac{u_r}{R} \Big|_{r=R} &= p. \end{aligned} \quad (4.13)$$

Оскільки рівняння в крайовій задачі (4.13) може бути представлене у вигляді

$$\frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{u_r}{r} \right) = 0,$$

то

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} = C_1, \quad C_1 = const, \quad (4.14)$$

$$u_r = \frac{C_2}{r} + \frac{C_1}{2} r, \quad C_2 = const. \quad (4.15)$$

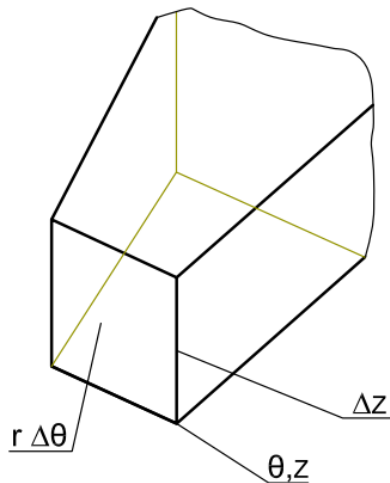


Рис. 4.1. Схема ненавантаженого зовнішнього контура трубопровода

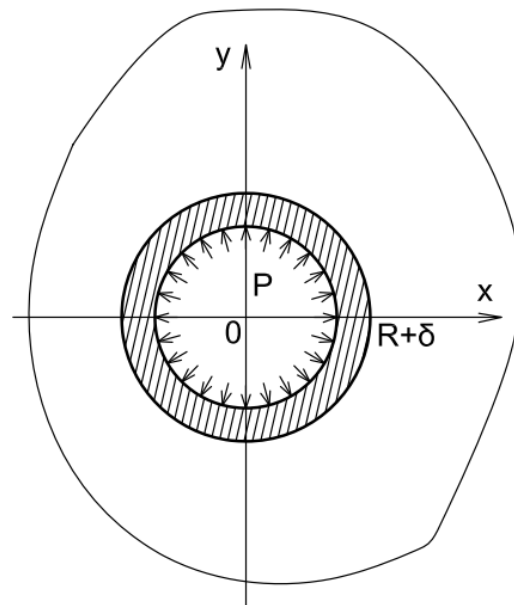


Рис. 4.2. Розподіл зміщення на зовнішніх і внутрішній стінках трубопровода

Значення констант C_1, C_2 визначається з граничних умов у (4.13) і має такий вигляд:

$$C_1 = -\frac{pR^2}{(\lambda + \mu)(2R\delta + \delta^2)}, \quad C_2 = -\frac{pR^2(R + \delta)^2}{2\mu(2R\delta + \delta^2)}. \quad (4.16)$$

Далі, підставляючи вирази (4.16) в (4.15), отримуємо залежності для зміщень на зовнішній ($r = R + \delta$) і внутрішній стінках трубопровода ($r = R$)

$$u_r(r = R + \delta) = -\frac{pR^2(R + \delta)}{2(2R\delta + \delta^2)} \cdot \frac{1 + 2\mu}{\mu(\lambda + \mu)},$$

$$u_r(r = R) = -\frac{pR[(\lambda + \mu)(R + \delta)^2 + \mu R^2]}{2(2R\delta + \delta^2)\mu(\lambda + \mu)}, \quad (4.17)$$

які з урахуванням малості відношення δ / R набувають однакового вигляду

$$u_r(r = R + \delta) = u_r(r = R) \approx -\frac{pR^2}{4\delta} \cdot \frac{\lambda + 2\mu}{\mu(\lambda + \mu)} \quad \text{при } \delta / R \ll 1. \quad (4.18)$$

Далі, використавши вираз (4.16) в межах $\delta / R \ll 1$.

$$C_1 \approx -\frac{pR}{2(\lambda + \mu)\delta}, \quad C_2 \approx -\frac{pR^3}{4\mu\delta},$$

оцінимо значення членів $\frac{u_r}{r^2}$, $\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u_r}{\partial r}$ і $\frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2}$:

$$\frac{u_r}{r^2} \approx -\frac{p}{4\delta} \cdot \frac{\lambda + 2\mu}{\mu(\lambda + \mu)}, \quad \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u_r}{\partial r} \approx \frac{p\lambda}{4\delta\mu(\lambda + \mu)}, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} \approx -\frac{2p}{\mu\delta}, \quad (4.19)$$

звідки випливає

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u_r}{\partial r} = -\frac{\lambda}{8(\lambda + \mu)} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial r^2}, \quad \frac{u_r}{r^2} = \frac{(\lambda + 2\mu)}{8(\lambda + \mu)} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial r^2}.$$

Обчислюючи, відповідно, вище отриманим приблизним співвідношенням диференційний оператор

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r^2} \approx \frac{\partial^2 u}{\partial r^2},$$

можна дійти фізично зрозумілого висновку про те, що для тонкостінних трубопроводів модель розповсюдження радіальних коливань представлена в формі, аналогічній поздовжнім коливанням

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2}, \\ (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_r}{\partial r} + \lambda \frac{u_r}{R + \delta} \Big|_{r=R+\delta, t} &= 0, \quad (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_r}{\partial r} + \lambda \frac{u_r}{R} \Big|_{r=R, t} = p, \quad (4.20) \\ u_r(r, t=0) &= 0, \quad \frac{\partial u_r}{\partial r}(r, t=0) = 0. \end{aligned}$$

Використання перетворювання Лапласа до u_r по змінній t [51]

$$u_r^*(r, s) = \int_0^{\infty} e^{-st} u_r(r, t) dt$$

призводить до крайової задачі для звичайних рівнянь виду:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 u_r^*}{dr^2} - \frac{\rho}{\lambda + 2\mu} s^2 u_r^* &= 0, \\ (\lambda + 2\mu) \frac{du_r^*}{dr} + \lambda \frac{u_r^*}{R + \delta} \Big|_{r=R+\delta} &= 0, \quad (\lambda + 2\mu) \frac{du_r^*}{dr} + \lambda \frac{u_r^*}{R} \Big|_{r=R} = \tilde{p}^*. \quad (4.21) \end{aligned}$$

У відповідності з [52, 53, 54] загальне розв'язання крайової задачі (4.21) визначається виразом

$$u_r^* = C_1 \exp \left[\left(\frac{\rho}{\lambda + 2\mu} \right)^{1/2} sr \right] + C_2 \exp \left[- \left(\frac{\rho}{\lambda + 2\mu} \right)^{1/2} sr \right], \quad (4.22)$$

де константи C_1, C_2 визначаються з системи рівнянь

$$\begin{aligned} (\lambda + 2\mu) \left\{ \left[\frac{\rho}{\lambda + 2\mu} \right]^{1/2} s C_1 \exp \left\{ \left[\frac{\rho}{\lambda + 2\mu} \right]^{1/2} s(R + \delta) \right\} \right\} - (\lambda + 2\mu) \times \\ \times \left\{ \left[\frac{\rho}{\lambda + 2\mu} \right]^{1/2} s C_2 \exp \left\{ - \left[\frac{\rho}{\lambda + 2\mu} \right]^{1/2} s(R + \delta) \right\} \right\} + \\ + \frac{\lambda}{R + \delta} \left\{ C_1 \exp \left\{ \left[\frac{\rho}{\lambda + 2\mu} \right]^{1/2} s(R + \delta) \right\} + C_2 \exp \left\{ - \left[\frac{\rho}{\lambda + 2\mu} \right]^{1/2} s(R + \delta) \right\} \right\} = 0, \\ (\lambda + 2\mu) \left\{ \left[\frac{\rho}{\lambda + 2\mu} \right]^{1/2} s C_1 \exp \left\{ \left[\frac{\rho}{\lambda + 2\mu} \right]^{1/2} sR \right\} \right\} - \\ - (\lambda + 2\mu) \left\{ \left[\frac{\rho}{\lambda + 2\mu} \right]^{1/2} s C_2 \exp \left\{ - \left[\frac{\rho}{\lambda + 2\mu} \right]^{1/2} sR \right\} \right\} + \\ + \frac{\lambda}{R} \left\{ C_1 \exp \left\{ \left[\frac{\rho}{\lambda + 2\mu} \right]^{1/2} sR \right\} + C_2 \exp \left\{ - \left[\frac{\rho}{\lambda + 2\mu} \right]^{1/2} sR \right\} \right\} = \tilde{p}^*. \quad (4.23) \end{aligned}$$

Проаналізувавши структуру виразів (4.22), (4.23), можна зробити висновок про те, що динамічна поведінка зміщень у стінці трубопроводів має вигляд, відмінний від динамічної поведінки тиску в рідині $p(t)$, в зв'язку з чим вимірювання радіальних зміщень стінок трубопроводів не може служити досить зручним інформативним параметром для аналізу динамічних процесів у трубопроводах, заповнених рідиною.

4.2. Особливості математичного моделювання поздовжньо-радіальних коливань товстостінних трубопроводів

У тому разі, коли радіальні й поздовжні коливання стінок трубопровода можна вважати незалежними, але умови $\delta / R \ll 1$ не можна використовувати для спрощення рівняння радіальних коливань, вихідну початково-крайову задачу

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} &= (\lambda + 2\mu) \left(\frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r^2} \right), \\ (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_r}{\partial r} + \lambda \frac{u_r}{R + \delta} \Big|_{r=R+\delta} &= 0, \quad (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_r}{\partial r} + \lambda \frac{u_r}{R} \Big|_{r=R} = p, \quad .24 \\ u_r(r, t = 0) &= 0, \quad \frac{\partial u_r}{\partial r}(r, t = 0) = 0 \end{aligned}$$

зручно перетворити до безрозмірних перемінних

$$\begin{aligned} v = \frac{u_r}{R}, \quad \xi = \frac{r}{R}, \quad \tau = \frac{\alpha t}{R}, \quad \alpha = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}, \quad \delta' = \frac{\delta}{R} \\ \frac{\partial^2 v}{\partial \tau^2} = \frac{\partial^2 v}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \cdot \frac{\partial v}{\partial \xi} - \frac{v}{\xi^2}, \\ (\lambda + 2\mu) \frac{\partial v}{\partial \xi} + \lambda \frac{v}{1 + \delta'} \Big|_{\xi=1+\delta'} = 0, \quad (\lambda + 2\mu) \frac{\partial v}{\partial \xi} + \lambda v \Big|_{\xi=1} = p, \quad (4.25) \\ v(\xi, \tau = 0) = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial \xi}(\xi, \tau = 0) = 0. \end{aligned}$$

Після переведення задачі (4.25) в область зображень по Лапласу

$$\begin{aligned} \frac{d^2 v^*}{d\xi^2} + \frac{1}{\xi} \cdot \frac{dv^*}{d\xi} - \left(\frac{1}{\xi^2} + s^2 \right) v^* = 0, \\ (\lambda + 2\mu) \frac{dv^*}{d\xi} + \lambda \frac{v^*}{1 + \delta'} \Big|_{\xi=1+\delta'} = 0, \quad (\lambda + 2\mu) \frac{dv^*}{d\xi} + \lambda v^* \Big|_{\xi=1} = p^* \quad .26 \end{aligned}$$

загальне розв'язання рівняння (4.26) відповідно [55] може бути представлено у вигляді

$$v^* = A(s)K_1(s\xi) + B(s), I_1(s\xi), \quad (4.27)$$

де $K_1(s\xi)$, $I_1(s\xi)$ – модифіковані функції Генкеля і Бесселя. Враховуючи, що значення похідних функцій K_1 і I_1 по ξ визначаються співвідношеннями [55]

$$\begin{aligned} \frac{dK_m(z)}{dz} &= -\left[K_{m-1}(z) + \frac{m}{z}K_m(z) \right], \quad \frac{dK_1(z)}{dz} = -\left[K_0(z) + \frac{K_1(z)}{z} \right], \\ \frac{dK_1(s,\xi)}{d\xi} &= -\frac{1}{s}\left[K_0(s\xi) + \frac{K_1(s,\xi)}{s\xi} \right], \\ \frac{dI_m(z)}{dz} &= I_{m+1}(z) - \frac{m}{z}I_m(z), \quad \frac{dI_1(z)}{dz} = I_0(z) - \frac{I_1(z)}{z}, \\ \frac{dI_1(s\xi)}{d\xi} &= \frac{1}{s}\left[I_0(s\xi) - \frac{I_1(s\xi)}{s\xi} \right], \end{aligned} \quad (4.28)$$

і, задовольняючи граничним умовам у крайовій задачі (4.26), приходимо до таких виразів для комплексних постійних $A(s)$, $B(s)$:

$$\begin{aligned} A(s) &= \\ &= \frac{\tilde{p}^*}{\frac{\lambda + 2\mu}{s} \left\{ \left[I_0(s) - \frac{I_1(s)}{s} \right] F(s) - \left[K_0(s) + \frac{K_1(s)}{s} \right] \right\} + \lambda \{ K_1(s) + I_1(s) F(s) \}}, \\ B(s) &= A(s)F(s), F(s) = \\ &= \frac{\frac{\lambda + 2\mu}{s} \left[K_0(s(1+\delta')) + \frac{K_1(s(1+\delta'))}{s(1+\delta')} \right] - \frac{\lambda}{1+\delta'} K_1(s(1+\delta'))}{\frac{\lambda + 2\mu}{s} \left[I_0(s(1+\delta')) - \frac{I_1(s(1+\delta'))}{s(1+\delta')} \right] + \frac{\lambda}{1+\delta'} I_1(s(1+\delta'))}}. \end{aligned} \quad (4.29)$$

Незважаючи на те, що вираз для $F(s)$ в (4.29) може бути спрощений розкладанням по параметру δ' , очевидно, що трансформанти \tilde{u}^* і \tilde{p}^* зв'язані і в цьому разі громіздкими співвідношеннями, що справедливо також і для трансформант зміщення в точках $\xi = 1$ і $\xi = 1 + \delta'$, що визначаються виразами:

$$\begin{aligned} \tilde{v}^*(\xi = 1) &= A(s)K_1(s) + B(s)I_1(s), \\ \tilde{v}^*(\xi = 1 + \delta') &= A(s)K_1(s(1+\delta')) + B(s)I_1(s(1+\delta')). \end{aligned} \quad (4.30)$$

Аналіз структури виразів (4.29), (4.30) показує, що і для товстостінних трубопроводів динаміка зміщень по радіусу трубопроводної стінки, що визначається зворотним перетворенням Лапласа, має характер, відмінний від поведінки тиску рідини p від часу.

На завершення цього розділу відмітимо, що для спрощення рівнянь зв'язаних поздовжньо-радіальних коливань зручним виявляється використання скалярного потенціалу, який широко використовується в електродинаміці [56]. Так, наприклад, використання скалярного потенціалу Φ , що визначається співвідношеннями

$$u_r = \frac{\partial \Phi}{\partial r}, u_z = \frac{\partial \Phi}{\partial z} \quad (4.31)$$

до першого з рівнянь (4.7), призводить до такого рівняння для Φ :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha^2} \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2}, \quad \alpha = \sqrt{(\lambda + 2\mu) / \rho}. \quad (4.32)$$

Далі після підстановки [53, 57]

$$\Phi(r, s, t) = R(r) \cdot Z(z) \cdot T(t), \quad (4.33)$$

в якій функції $Z(z)$ і $T(t)$ повинні мати структуру

$$Z(z) = e^{ilz}, \quad T(t) = e^{i\omega t},$$

рівняння (4.32) трансформується до рівняння для $R(r)$

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dR}{dr} - \left(l^2 - \frac{W^2}{\alpha^2} \right) R = 0. \quad (4.34)$$

Загальне розв'язання рівняння (4.34) має вигляд

$$R(r) = A_1 I_0(Mr) + A_2 K_0(Mr), \quad M = \sqrt{l^2 - W^2 / \alpha^2}, \quad A_1, A_2 - const. \quad (4.35)$$

Для побудови загального розв'язання можна також використати векторний потенціал, який у разі осьової симетрії має єдину компоненту Ψ_0 , відмінну від нуля, і який вводиться такими співвідношеннями:

$$u_r = -\frac{\partial \Psi_0}{\partial z}, \quad u_z = \frac{\partial \Psi_0}{\partial r} + \frac{\Psi_0}{r}. \quad (4.36)$$

Підставляючи (4.36) в перше рівняння системи (4.7), отримаємо таке рівняння для функції Ψ_0 :

$$\frac{\partial^2 \Psi_0}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \Psi_0}{\partial r} - \frac{\Psi_0}{r^2} + \frac{\partial^2 \Psi_0}{\partial z^2} = \frac{1}{\beta^2} \cdot \frac{\partial^2 \Psi_0}{\partial t^2}, \quad \beta^2 = \mu / \rho. \quad (4.37)$$

Для розв'язання рівняння (4.37) також використовується метод розділення змінних, коли загальне розв'язання представляється в формі (4.33), після чого рівняння для $R(r)$

$$\frac{\partial^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial R}{\partial r} - \left(\frac{1}{r^2} + l^2 - \frac{W^2}{\beta^2} \right) R = 0 \quad (4.38)$$

має таке загальне розв'язання

$$R(r) = B_1 I_1(Kr) + B_2 K_1(Kr); \quad K = \sqrt{l^2 - W^2 / \beta^2}. \quad (4.39)$$

Далі, визначивши подвійним перетворюванням Фур'є функції Φ і Ψ_θ , можна отримати вираз для зміщень і напружень, використавши таке співвідношення [50]

$$\begin{aligned} u_r &= \frac{\partial \Phi}{\partial r} - \frac{\partial \Psi_\theta}{\partial z}, \quad u_\theta = 0, \quad u_z = \frac{\partial \Phi}{\partial z} + \frac{\partial \Psi_\theta}{\partial r} + \frac{\Psi_\theta}{r}, \\ p_{rr} &= \rho \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} - 2\mu \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \Psi_\theta}{\partial r \partial z} \right), \quad p_{r\theta} = 0, \\ p_{zr} &= \rho \frac{\partial^2 \Psi_\theta}{\partial t^2} - 2\mu \left(\frac{\partial^2 \Psi_\theta}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r \partial z} \right). \end{aligned} \quad (4.40)$$

4.3. Особливості математичного моделювання поздовжніх коливань трубопроводів при наявності неоднорідностей пружних характеристик

Внаслідок технологічних чи експлуатаційних причин стінки трубопроводів по довжині можуть містити неоднорідності, на яких проходить дифракція пружних хвиль. Фізично очевидно, що при цьому має місце зміна динаміки поведінки в часі напружень, зміщень і деформацій стінок трубопроводів, фіксуючи які, можна зробити висновок про надійність трубопровідних трактів. У зв'язку з цим розглянемо ряд математичних моделей розповсюдження поздовжніх коливань в трубопроводах з дефектами.

Напівбезкінечний трубопровід з дефектом типу стрибка напружень.

Вихідна крайова задача в разі стрибка напружень Δp_d у точці $z = z_d$

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} &= \frac{\partial p_{zz}}{\partial z}, \quad p_{zz} = (\lambda + 2\mu) e_{zz}, \quad e_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z}, \\ p_{zz} \Big|_{z=0} &= p_0, \quad u_z \Big|_{z \rightarrow \infty} = 0, \quad u_z(z, t=0) = 0, \quad \frac{\partial u_z(z, t=0)}{\partial t} = 0, \\ u_z(z = z_d - 0) &= u_z(z = z_d + 0), \quad p_{zz}(z = z_d - 0) - p_{zz}(z = z_d + 0) = \Delta p_d \end{aligned} \quad (4.41)$$

в термінах зміщень перетворюється до вигляду

$$\begin{aligned}
 & \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} - (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} = 0, \\
 & (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_z}{\partial z} \Big|_{z=0} = p_0, \quad u_z \Big|_{z \rightarrow \infty} = 0, \quad u_z(z, t=0) = 0, \quad \frac{\partial u_z(z, t=0)}{\partial t} = 0, \\
 & u_z(z = z_d - 0) = u_z(z = z_d + 0), \quad (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_z}{\partial z}(z = z_d - 0) - (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_z}{\partial z} \cdot \\
 & \cdot (z = z_d + 0) = \Delta p_d.
 \end{aligned} \tag{4.42}$$

Далі використання перетворення Лапласа в часі переводить крайову задачу (4.42) у крайову задачу для звичайного рівняння з комплексними коефіцієнтами

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial^2 u_z^*}{\partial z^2} - \frac{\rho}{\lambda + 2\mu} s^2 u_z^* = 0, \\
 & (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_z^*}{\partial z} \Big|_{z=0} = p_0^*, \quad u_z^* \Big|_{z \rightarrow \infty} = 0, \\
 & u_z^*(z = z_d - 0) = u_z^*(z = z_d + 0), \\
 & (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_z^*}{\partial z}(z = z_d - 0) - (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_z^*}{\partial z}(z = z_d + 0) = \frac{\Delta p_d}{s}.
 \end{aligned} \tag{4.43}$$

Підставляючи загальне розв'язання крайової задачі (4.43)

$$\begin{aligned}
 u_z^* &= C_1 \exp \left[\frac{\rho}{\lambda + 2\mu} \right]^{1/2} sz + C_2 \exp \left[-\frac{\rho}{\lambda + 2\mu} \right]^{1/2} sz; \quad C_1, C_2 = const, 0 < z < z_d, \\
 u_z^* &= C_3 \exp \left[\frac{\rho}{\lambda + 2\mu} \right]^{1/2} sz + C_4 \exp \left[-\frac{\rho}{\lambda + 2\mu} \right]^{1/2} sz, \quad C_3, C_4 = const, z_d < z < \infty
 \end{aligned} \tag{4.44}$$

в граничні умови крайової задачі (4.43), отримуємо такі значення C_1, C_2, C_3, C_4 :

$$\begin{aligned}
 C_1 &= \frac{\Delta p_d}{2s^2 [\rho(\lambda + 2\mu)]^{1/2} \exp \left[\left(\frac{\rho}{\lambda + 2\mu} \right)^{1/2} sz_d \right]}, \quad C_3 = 0, \\
 C_2 &= \frac{\Delta p_d}{2s^2 [\rho(\lambda + 2\mu)]^{1/2} \exp \left[\left(\frac{\rho}{\lambda + 2\mu} \right)^{1/2} sz_d \right]} - \frac{p_0^*}{s \left(\frac{\rho}{\lambda + 2\mu} \right)^{1/2} (\lambda + 2\mu)},
 \end{aligned}$$

$$C_4 = \frac{\Delta p_d \left\{ 1 + \exp \left[2 \left(\frac{\rho}{\lambda + 2\mu} \right)^{1/2} sz_d \right] \right\}}{2s^2 [\rho(\lambda + 2\mu)]^{1/2} \exp \left[\left(\frac{\rho}{\lambda + 2\mu} \right)^{1/2} sz_d \right]} - \frac{p_0^*}{s} \cdot \frac{1}{\left(\frac{\rho}{\lambda + 2\mu} \right)^{1/2} (\lambda + 2\mu)}. \quad (4.45)$$

Використовуючи вираз (4.45), отримуємо кінцеві вирази для трансформант зміщень і напружень у точках $(z = 0)$, $(z = z_d - 0)$:

$$u_z^*(z = 0) = \frac{\Delta p_d}{s^2 [\rho(\lambda + 2\mu)]^{1/2} \exp \left[\left(\frac{\rho}{\lambda + 2\mu} \right)^{1/2} sz_d \right]} - \frac{p_0^*}{s \left(\frac{\rho}{\lambda + 2\mu} \right)^{1/2} (\lambda + 2\mu)},$$

$$\begin{aligned} u_z^*(z = z_d - 0) &= u_z^*(z = z_d + 0) = \\ &= \frac{\Delta p_d \left\{ \exp \left[\left(\frac{\rho}{\lambda + 2\mu} \right)^{1/2} sz_d \right] + \exp \left[- \left(\frac{\rho}{\lambda + 2\mu} \right)^{1/2} sz_d \right] \right\}}{2s^2 [\rho(\lambda + 2\mu)]^{1/2} \exp \left[\left(\frac{\rho}{\lambda + 2\mu} \right)^{1/2} sz_d \right]} - \\ &- \frac{p_0^* \exp \left[- \left(\frac{\rho}{\lambda + 2\mu} \right)^{1/2} sz_d \right]}{s \left(\frac{\rho}{\lambda + 2\mu} \right)^{1/2} (\lambda + 2\mu)}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_{zz}^*(z = z_d - 0) &= p_0^* \exp \left[- \left(\frac{\rho}{\lambda + 2\mu} \right)^{1/2} sz_d \right] + \\ &+ \frac{\Delta p_d \left\{ \exp \left[\left(\frac{\rho}{\lambda + 2\mu} \right)^{1/2} sz_d \right] - p \left[- \left(\frac{\rho}{\lambda + 2\mu} \right)^{1/2} sz_d \right] \right\}}{2s \exp \left[\left(\frac{\rho}{\lambda + 2\mu} \right)^{1/2} sz_d \right]}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_{zz}^*(z = z_d + 0) &= p_0^* \exp \left[- \left(\frac{\rho}{\lambda + 2\mu} \right)^{1/2} sz_d \right] - \\ &- \frac{\Delta p_d \left\{ \exp \left[\left(\frac{\rho}{\lambda + 2\mu} \right)^{1/2} sz_d \right] + \exp \left[- \left(\frac{\rho}{\lambda + 2\mu} \right)^{1/2} sz_d \right] \right\}}{2s \exp \left[\left(\frac{\rho}{\lambda + 2\mu} \right)^{1/2} sz_d \right]}. \end{aligned} \quad (4.46)$$

Напівбезкінечний трубопровід з дефектом, на якому присутній стрибок зміщень.

У цьому разі умови спряження на дефекті мають вигляд:

$$u_z(z = z_d - 0) - u_z(z = z_d + 0) = \Delta u_z, \quad \frac{\partial u_z}{\partial z}(z = z_d - 0) = \frac{\partial u_z}{\partial z}(z = z_d + 0), \quad (4.47)$$

а початково-крайова задача для зміщень має вигляд:

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} - (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} &= 0, \\ (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_z}{\partial z} \Big|_{z=0} &= p_0, \quad u_z \Big|_{z \rightarrow \infty} = 0, \quad u_z(z, t=0) = 0, \quad \frac{\partial u_z(z, t=0)}{\partial t} = 0, \\ u_z(z = z_d - 0) - u_z(z = z_d + 0) &= \Delta u_d, \quad \frac{\partial u_z}{\partial z}(z = z_d - 0) = \frac{\partial u_z}{\partial z}(z = z_d + 0). \end{aligned} \quad (4.48)$$

Використання перетворення Лапласа в часі призводить до такої крайової задачі для звичайних диференціальних рівнянь:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 u_z^*}{dz^2} - \frac{\rho}{\lambda + 2\mu} s^2 u_z^* &= 0, \\ (\lambda + 2\mu) \frac{du_z^*}{dz} \Big|_{z=0} &= p_0^*, \quad u_z^* \Big|_{z \rightarrow 0} = 0, \\ u_z^*(z = z_d - 0) - u_z^*(z = z_d + 0) &= \Delta u_d / s, \quad \frac{du_z^*}{dz}(z = z_d - 0) = \frac{du_z^*}{dz}(z = z_d + 0). \end{aligned} \quad (4.49)$$

Підставляючи (4.44) в (4.49), отримаємо такий вираз для констант C_1, C_2, C_3, C_4

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{\Delta u_d \exp\left(-\left(\frac{\rho}{\lambda + 2\mu}\right)^{1/2} s z_d\right)}{2s}, \quad C_3 = 0, \\ C_2 &= -\frac{p_0^*}{s \left(\frac{\rho}{\lambda + 2\mu}\right)^{1/2} (\lambda + 2\mu)} + \frac{\Delta u_d \exp\left[-\left(\frac{\rho}{\lambda + 2\mu}\right)^{1/2} s z_d\right]}{2s}, \\ C_4 &= -\frac{p_0^*}{s \left(\frac{\rho}{\lambda + 2\mu}\right)^{1/2} (\lambda + 2\mu)} - \end{aligned}$$

$$\frac{\Delta u_d \left\{ \exp\left(\frac{\rho}{\lambda + 2\mu}\right)^{1/2} sz_d - \exp\left[-\left(\frac{\rho}{\lambda + 2\mu}\right)^{1/2} sz_d \right] \right\}}{2s}, \quad (4.50)$$

зміщень і деформацій у характерних точках трубопроводу

$$\begin{aligned} u_z^*(z=0) &= \frac{p_0^*}{\left(\frac{\rho}{\lambda + 2\mu}\right)^{1/2} s(\lambda + 2\mu)} + \frac{\Delta u_d \exp\left[-\left(\frac{\rho}{\lambda + 2\mu}\right)^{1/2} sz_d\right]}{s}, \\ u_z^*(z=z_d-0) &= -\frac{p_0^* \exp\left[-\left(\frac{\rho}{\lambda + 2\mu}\right)^{1/2} sz_d\right]}{\left(\frac{\rho}{\lambda + 2\mu}\right)^{1/2} s(\lambda + 2\mu)} + \\ &+ \frac{\Delta u_d}{2s} \left\{ 1 + \exp\left[-2\left(\frac{\rho}{\lambda + 2\mu}\right)^{1/2} sz_d\right] \right\}, \\ u_z^*(z=z_d+0) &= -\frac{p_0^* \exp\left[-\left(\frac{\rho}{\lambda + 2\mu}\right)^{1/2} sz_d\right]}{\left(\frac{\rho}{\lambda + 2\mu}\right)^{1/2} s(\lambda + 2\mu)} - \\ &- \frac{\Delta u_d}{2s} \left\{ 1 - \exp\left[-2\left(\frac{\rho}{\lambda + 2\mu}\right)^{1/2} sz_d\right] \right\}, \\ p_{zz}^*(z=z_d-0) &= p_{zz}^*(z=z_d+0) = p_0^* \exp\left[-\left(\frac{\rho}{\lambda + 2\mu}\right)^{1/2} sz_d\right] + \\ &+ \frac{(\rho(\lambda + 2\mu))^{1/2} \Delta u_d \left\{ 1 - \exp\left[-2\left(\frac{\rho}{\lambda + 2\mu}\right)^{1/2} sz_d\right] \right\}}{2}. \end{aligned} \quad (4.51)$$

Кінцевий трубопровід ($0 < z < l$) **зі стрибком напруг при** $z = z_d$. У цьому разі початково-крайова задача

$$\begin{aligned}
\rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} - (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} &= 0, \\
(\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_z}{\partial z} \Big|_{z=0} &= p_0, \quad u_z(z=l, t) = 0, \quad u_z(z, t=0) = 0, \quad \frac{\partial u_z}{\partial z}(z, t=0) = 0, \\
u_z(z=z_d - 0) &= u_z(z=z_d + 0), \quad (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_z}{\partial z}(z=z_d - 0) - \\
&- (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_z}{\partial z}(z=z_d + 0) = \Delta p_d
\end{aligned} \tag{4.52}$$

перетворюється до вигляду:

$$\begin{aligned}
\frac{d^2 u_z^*}{dz^2} - \frac{\rho}{\lambda + 2\mu} s^2 u_z^* &= 0, \\
(\lambda + 2\mu) \frac{du_z^*}{dz} \Big|_{z=0} &= p_0^*, \quad u_z^* \Big|_{z=l} = 0, \\
u_z^*(z=z_d - 0) &= u_z^*(z=z_d + 0), \quad (\lambda + 2\mu) \frac{du_z^*}{dz}(z=z_d - 0) - \\
&- (\lambda + 2\mu) \frac{du_z^*}{dz}(z=z_d + 0) = \frac{\Delta p_d}{s}.
\end{aligned} \tag{4.53}$$

Задовольняючи граничним умовам, отримуємо такі вирази для констант C_1, C_2, C_3, C_4 в (4.44):

$$\begin{aligned}
C_1 &= -\frac{p_0^* \exp\left[2(\rho/(\lambda + 2\mu))^{1/2} s(z_d - l)\right]}{(\rho/(\lambda + 2\mu))^{1/2} s(\lambda + 2\mu)} + \\
&+ \frac{\Delta p_d \left\{ \exp\left[2(\rho/(\lambda + 2\mu))^{1/2} s(z_d - l)\right] - 1 \right\} \exp\left\{[\rho/(\lambda + 2\mu)]^{1/2} s z_d\right\}}{2(\rho/(\lambda + 2\mu))^{1/2} s(\lambda + 2\mu)}, \\
C_2 &= \frac{p_0^* \left\{ \exp\left[2(\rho/(\lambda + 2\mu))^{1/2} s(z_d - l)\right] + 1 \right\}}{(\rho/(\lambda + 2\mu))^{1/2} s(\lambda + 2\mu)} + \\
&+ \frac{\Delta p_d \left\{ \exp\left[2(\rho/(\lambda + 2\mu))^{1/2} s(z_d - l)\right] - 1 \right\} \exp\left\{[\rho/(\lambda + 2\mu)]^{1/2} s z_d\right\}}{2(\rho/(\lambda + 2\mu))^{1/2} s(\lambda + 2\mu)}, \\
C_3 &= \frac{C_1 \exp\left[2(\rho/(\lambda + 2\mu))^{1/2} s z_d\right] + C_2}{\exp\left[2(\rho/(\lambda + 2\mu))^{1/2} s z_d\right] - \exp\left[2(\rho/(\lambda + 2\mu))^{1/2} s l\right]},
\end{aligned}$$

$$C_4 = -\frac{C_1 \exp\left[2(\rho/(\lambda+2\mu))^{1/2} s(z_d+l)\right] + C_2 \exp\left[2(\rho/(\lambda+2\mu))^{1/2} sl\right]}{\exp\left[2(\rho/(\lambda+2\mu))^{1/2} sz_d\right] - \exp\left[2(\rho/(\lambda+2\mu))^{1/2} sl\right]} \quad (4.54)$$

і вирази для трансформант зміщень і напружень у характерних точках трубопровода $z=0$, $z=z_d-0$, $z=z_d+0$, $z=l$

$$\begin{aligned} u_z^*(z=z_d) &= C_1 \exp\left[(\rho/(\lambda+2\mu))^{1/2} sz_d\right] + C_2 \exp\left[-(\rho/(\lambda+2\mu))^{1/2} sz_d\right], \\ u_z^*(z=l) &= C_3 \exp\left[(\rho/(\lambda+2\mu))^{1/2} sl\right] + C_4 \exp\left[-(\rho/(\lambda+2\mu))^{1/2} sl\right], \\ p_{zz}^*(z=0) &= [\rho/(\lambda+2\mu)]^{1/2} \cdot (C_1 - C_2), \\ p_{zz}^*(z=z_d-0) &= [\rho/(\lambda+2\mu)]^{1/2} \times \\ &\times \left\{ C_1 \exp\left[(\rho/(\lambda+2\mu))^{1/2} sz_d\right] - C_2 \exp\left[-(\rho/(\lambda+2\mu))^{1/2} sz_d\right] \right\}, \\ p_{zz}^*(z=z_d+0) &= [\rho/(\lambda+2\mu)]^{1/2} \times \\ &\times \left\{ C_3 \exp\left[(\rho/(\lambda+2\mu))^{1/2} sz_d\right] - C_4 \exp\left[-(\rho/(\lambda+2\mu))^{1/2} sz_d\right] \right\}, \\ p_{zz}^*(z=l) &= [\rho/(\lambda+2\mu)]^{1/2} \times \\ &\times \left\{ C_3 \exp\left[(\rho/(\lambda+2\mu))^{1/2} sl\right] - C_4 \exp\left[-(\rho/(\lambda+2\mu))^{1/2} sl\right] \right\}. \end{aligned} \quad (4.55)$$

Кінцевий трубопровід ($0 < z < l$) **зі стрибком зміщень при** $z = z_d$. В цьому випадку початково-крайова задача

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} - (\lambda + 2\mu) \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} &= 0, \\ (\lambda + \mu) \frac{\partial u_z}{\partial z} \Big|_{z=0} &= p_0, \quad u_z(z=l, t) = 0, \quad u_z(z, t=0) = 0, \quad \frac{\partial u_z}{\partial t}(z, t=0) = 0, \\ u_z(z=z_d-0) - u_z(z=z_d+0) &= \Delta u_d, \quad \frac{\partial u_z}{\partial z}(z=z_d-0) = \frac{\partial u_z}{\partial z}(z=z_d+0) \end{aligned} \quad (4.56)$$

перетворюється до вигляду:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 u_z^*}{dz^2} - \frac{\rho}{\lambda + 2\mu} s^2 u_z^* &= 0, \\ (\lambda + 2\mu) \frac{du_z^*}{dz} \Big|_{z=0} &= p_0^*, \quad u_z^* \Big|_{z=l} = 0, \end{aligned}$$

$$u_z^*(z = z_d - 0) - u_z^*(z = z_d + 0) = \frac{\Delta u_d}{s}, \quad \frac{\partial u_z^*}{\partial z}(z = z_d - 0) = \frac{\partial u_z^*}{\partial z}(z = z_d + 0). \quad (4.57)$$

Задовольняючи граничним умовам, отримаємо такі вирази для констант C_1, C_2, C_3, C_4 :

$$C_1 = \frac{p_0^*}{(\rho(\lambda + 2\mu))^{1/2} s \left\{ \exp \left[2(\rho / (\lambda + 2\mu))^{1/2} sl \right] + l \right\}} + \frac{\Delta u_d}{2s} \exp \left[-(\rho / (\lambda + 2\mu))^{1/2} sz_d \right] \cdot \frac{\exp \left[(\rho / (\lambda + 2\mu))^{1/2} 2sz_d \right] + \exp \left[(\rho / (\lambda + 2\mu))^{1/2} 2sl \right]}{\exp \left[(\rho / (\lambda + 2\mu))^{1/2} 2sl \right] + 1},$$

$$C_2 = C_1 - \frac{p_0^*}{(\rho / (\lambda + 2\mu))^{1/2} s (\lambda + 2\mu)},$$

$$C_3 = \frac{C_1 \exp \left[2(\rho / (\lambda + 2\mu))^{1/2} sz_d \right] - C_2}{\exp \left[2(\rho / (\lambda + 2\mu))^{1/2} sz_d \right] + \exp \left[2(\rho / (\lambda + 2\mu))^{1/2} sl \right]},$$

$$C_4 = - \frac{C_1 \exp \left[2(\rho / (\lambda + 2\mu))^{1/2} s(z_d + l) \right] - C_2 \exp \left[2(\rho / (\lambda + 2\mu))^{1/2} sl \right]}{\exp \left[2(\rho / (\lambda + 2\mu))^{1/2} sz_d \right] + \exp \left[2(\rho / (\lambda + 2\mu))^{1/2} sl \right]}. \quad (4.58)$$

На завершення розглянемо особливості математичного моделювання поздовжніх хвильових процесів у стінках трубопроводів з пружними характеристиками, які безперервно змінюються по довжині трубопровода пружними характеристиками, коли фізичні параметри λ, μ, ρ залежать від z , а початково-крайова задача для обмеженого трубопровода має такий вигляд:

$$\rho(z) \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial z} \left[\lambda(z) + 2\mu(z) \right] \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0,$$

$$(\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_z}{\partial z} \Big|_{z=z_0} = p_0, \quad u_z(z = l, t) = 0, \quad (4.59)$$

$$u_z(z, t = 0) = 0, \quad \frac{\partial u_z}{\partial t}(z, t = 0) = 0.$$

Якщо параметри $\lambda(z), \mu(z), \rho(z)$ слабо змінюються по довжині трубопровода

$$\begin{aligned}
\lambda(z) &= \lambda_0 + \Delta\lambda(z), \quad \Delta\lambda(z) \ll \lambda_0, \quad \lambda_0 = \text{const}, \\
\mu(z) &= \mu_0 + \Delta\mu(z), \quad \Delta\mu(z) \ll \mu_0, \quad \mu_0 = \text{const}, \\
\rho(z) &= \rho_0 + \Delta\rho(z), \quad \Delta\rho(z) \ll \rho_0, \quad \rho_0 = \text{const},
\end{aligned} \tag{4.60}$$

то вони можуть бути представлені у формі:

$$\lambda(z) = \lambda_0(1 + \varepsilon J_1(z)), \quad \mu(z) = \mu_0(1 + \varepsilon J_2(z)), \quad \rho(z) = \rho_0(1 + \varepsilon J_3(z)), \tag{4.61}$$

де ε – малий параметр задачі.

Розшуковуючи згідно з методом малого параметра розв'язання крайової задачі (4.59) у формі степеневого ряду по малому параметру ε

$$u_z = u_0 + \varepsilon u_1 + \varepsilon^2 u_2 + \dots, \tag{4.62}$$

отримуємо такі початково-крайові задачі для нульового

$$\begin{aligned}
\rho_0 \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} - (\lambda_0 + 2\mu_0) \frac{\partial^2 u_0}{\partial z^2} &= 0, \\
(\lambda_0 + 2\mu) \frac{\partial u_0}{\partial z} \Big|_{z=0} &= p_0, \quad u_0 \Big|_{z=l} = 0, \\
u_0(z, t=0) &= 0, \quad \frac{\partial u_0}{\partial t}(z, t=0) = 0
\end{aligned} \tag{4.63}$$

і першого наближення

$$\begin{aligned}
\rho_0 \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} + \rho_0 f_3 \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^3} - (\lambda_0 + 2\mu_0) \left[\frac{\partial^2 u_1}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial z} \left(f_{12} \frac{\partial u_0}{\partial z} \right) \right] &= 0, \\
\frac{\partial u_1}{\partial z} + f_{12}(z) \frac{\partial u_0}{\partial z} &= 0 \Big|_{z=0}, \quad u_1 = 0 \Big|_{z=l}, \quad u_1(z, t=0) = 0, \quad \frac{\partial u_1}{\partial t}(z, t=0) = 0, \\
f_{12} &= \frac{\lambda_0 f_1 + 2\mu_0 f_2}{\lambda_0 + 2\mu_0}.
\end{aligned} \tag{4.64}$$

Оскільки розв'язання крайової задачі (4.63) відоме, то використання перетворення Лапласа до початково-крайової задачі (4.64) призводить до такої крайової задачі для звичайних диференціальних рівнянь:

$$\begin{aligned}
\rho_0 s^2 u_1^* + \rho_0 f_3(z) s^2 u_0^* - (\lambda_0 + 2\mu_0) \frac{d^2 u_1^*}{dz^2} - (\lambda_0 + 2\mu_0) \times \left[\frac{d}{dz} \left(f_{12} \frac{du_0^*}{dz} \right) \right] &= 0, \\
\frac{du_1^*}{dz} + f_{12}(z) \frac{du_0^*}{dz} \Big|_{z=z_0}, \quad u_1^* = 0 \Big|_{z=l}, &
\end{aligned} \tag{4.65}$$

розв'язання якого може бути знайдене при відомих функціях f_1, f_2, f_3 і розв'язання для нульового наближення на підставі роботи [50] або приблизними методами Рітца і Бубнова – Галеркіна [53, 57].

Необхідно відмітити, що незважаючи на застосування ефективного в нелінійних задачах метода малого параметра, крайова задача (4.64) для першого наближення має такий самий порядок складності, як і вихідна крайова задача (4.59). З цієї причини наближені методи типу Рітца або Бубнова – Галеркіна можна застосувати й до перетвореної по Лапласу вихідної крайової задачі (4.59)

$$\begin{aligned} \rho(z)s^2u_0^* - \frac{d}{dz}[\lambda(z) + 2\mu(z)]\frac{du_z^*}{dz} &= 0, \\ (\lambda + 2\mu)\frac{du_z^*}{dz}\Big|_{z=0} &= p_0^*, \quad u_z^*(z=l, t) = 0. \end{aligned} \quad (4.66)$$

Незважаючи на ту обставину, що на відміну від нелінійних задач використання метода збурень у цьому разі не призводить до суттєвого спрощення розв'язання вихідної задачі, це дозволяє в явному вигляді виділити вплив неоднорідності пружних властивостей на процеси коливань.

4.4. Взаємозв'язки частотних і перехідних характеристик коливальних процесів у трубопроводах

З представлених вище результатів можна зробити висновок про те, що зв'язки між тиском рідини, зміщеннями і напруженнями в характерних ділянках трубопроводів мають в часовій області складний характер. Ця обставина призводить до необхідності експериментального і теоретичного аналізу хвильових процесів у трубопроводах на рівні спектральних характеристик у комплексній області, що є загальноприйнятим при дослідженні відповідальних трубопроводів і гідравлічних систем [58] і досить часто використовується в практичних дослідженнях [53].

З іншого боку, при аналізі спектральних характеристик хвильових процесів головна увага приділяється аналізу спектральних характеристик при збудженнях спеціального виду: поодиноких стрибків $I(t)$, поодинокого імпульса $\delta(t)$ і синусоїдальної дії $e^{i\omega t}$. Відмітимо при цьому, що якщо $f(t)$ – збудження, $Y(t)$ – відгук, то зв'язок між зображеннями $F(s)$ і $Y(s)$ по Лапласу подається виразом [53].

$$Y(s) = G(s)F(s), \quad (4.67)$$

де $G(s)$ – коефіцієнт передачі або передаточна функція.

У відповідності з [53] вираз для $F(s)$ при $f(t)$ спеціального виду можна записати так:

$$\begin{aligned} I(t) = 1, 0 \leq t \leq \infty &\rightarrow F(s) = \frac{1}{s}, \\ \delta(t), -\infty \leq t \leq \infty &\rightarrow F(s) = 1, \\ \varepsilon^{i\omega t}, -\infty \leq t \leq \infty &\rightarrow F(s) = \frac{1}{s - i\omega}. \end{aligned} \quad (4.68)$$

Вони можуть бути використані під час аналізу отриманих результатів при визначенні спектрів відгуків $G(s)$ на спеціальні форми збудження.

4.5. Математичні моделі коливань засувки у трубопроводах, виконаних у формі кругових мембран

У разі вільних коливань засувки трубопроводів, виконаних у формі кругових мембран, рівняння для прогину пружної поверхні засувки W має вигляд:

$$D\Delta^2\Delta^2W + \ell h \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = 0, \quad (4.69)$$

де D – циліндрична жорсткість засувки, ℓ – щільність, t – час, $\Delta^2\Delta^2$ – бігармонічний оператор, h – товщина засувки.

Граничні умови при жорсткому облаштуванні засувки по радіусу b має вигляд:

$$W = 0 \Big|_{r=b}, \quad \frac{\partial W}{\partial r} = 0 \Big|_{r=b} \quad (4.70)$$

Для інтегрування рівняння (4.70) при аналізі вільних коливань скористаємось методом розділення змінних, припустивши

$$W(r, \varphi, t) = W(r, \varphi) \cdot F(t). \quad (4.71)$$

Підставляючи (4.71) у (4.69), приходимо до співвідношення

$$D\Delta^2\Delta^2W / \ell h W = -\frac{\partial^2 F}{\partial t^2} / F, \quad (4.72)$$

в якому ліва частина залежить лише від r, φ , а права – від t . З цього випливає, що ліва і права частини повинні дорівнювати константі, яку позначимо через ω^2 . Таким чином, рівняння для $F(t)$ набуває вигляду

$$\frac{d^2 F}{dt^2} = -\omega^2 F. \quad (4.73)$$

а його розв'язанням є

$$F = A \sin(\omega t + \varphi_0), \quad A, \varphi_0 - \text{const.} \quad (4.74)$$

В свою чергу рівняння для W може бути представлене у формі

$$\Delta^2 \Delta^2 W - \lambda^4 W = 0, \quad \lambda^4 = \omega^2 l h / D. \quad (4.75)$$

Перейшовши до безрозмірної перемінної по координаті $\xi = \lambda r$, перетворюємо рівняння (4.75) до вигляду

$$\nabla_{\xi}^2 \nabla_{\xi}^2 W - W = 0, \quad \nabla_{\xi}^2 = \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \cdot \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{1}{\xi^2} \cdot \frac{\partial}{\partial \varphi^2}, \quad (4.76)$$

потім розшукаючи W у вигляді суми двох функцій $W_1(r, \varphi)$ і $W_2(r, \varphi)$, які задовольняють рівнянням

$$\nabla_{\xi}^2 W_1 + W_1 = 0, \quad \nabla_{\xi}^2 W_2 - W_2 = 0. \quad (4.77)$$

В свою чергу для розв'язання рівняння (4.77) також може бути використаний метод розділення перемінних, відповідно до якого припустимо

$$W_1 = R_1(r) \Phi_1(\varphi), \quad W_2 = R_2(r) \Phi_2(\varphi). \quad (4.78)$$

Підставляючи (4.78) у (4.77), отримаємо такі рівняння для функцій R_1, Φ_1 і R_2, Φ_2 :

$$\left(\xi^2 \frac{d^2 R_1}{d \xi^2} + \xi \frac{d R_1}{d \xi} + \xi^2 R_1 \right) / R_1 = - \frac{d^2 \Phi_1}{d \varphi^2} / \Phi_1, \quad (4.79)$$

$$\left(\xi^2 \frac{d^2 R_2}{d \xi^2} + \xi \frac{d R_2}{d \xi} - \xi^2 R_2 \right) / R_2 = - \frac{d^2 \Phi_2}{d \varphi^2} / \Phi_2. \quad (4.80)$$

Оскільки в рівняннях (4.79), (4.80) ліва частина рівнянь залежить лише від перемінної ξ , а права частина – лише від перемінної φ , то рівняння (4.79), (4.80) можуть бути представлені у формах

$$\frac{d^2 \Phi_1}{d \varphi^2} / \Phi_1 = -\varepsilon^2, \quad \frac{d^2 \Phi_2}{d \varphi^2} / \Phi_2 = \varepsilon^2, \quad \varepsilon^2 - \text{const}, \quad (4.81)$$

$$\left(\xi^2 \frac{d^2 R_1}{d \xi^2} + \xi \frac{d R_1}{d \xi} + \xi^2 R_1 \right) / R_1 = \varepsilon^2, \quad \left(\xi^2 \frac{d^2 R_2}{d \xi^2} + \xi \frac{d R_2}{d \xi} - \xi^2 R_2 \right) / R_2 = \xi^2 \quad (4.82)$$

і мають такі рішення:

$$\Phi_1 = \sin(\varepsilon\varphi + \alpha), \Phi_2 = \sin(\varepsilon\varphi + \alpha), \alpha - const. \quad (4.83)$$

Через те, що заміна φ на 2π не повинна призводити до зміни функцій Φ_1, Φ_2 , величина ε повинна бути цілим числом n , а рівняння (4.82) у цьому разі являють собою рівняння Бесселя порядку n у класичній формі:

$$\xi^2 \frac{d^2 R_1}{d\xi^2} + \xi \frac{dR_1}{d\xi} - (n^2 + \xi^2) R_1 = 0, \quad \xi^2 \frac{d^2 R_2}{d\xi^2} + \xi \frac{dR_2}{d\xi} - (n^2 + \xi^2) R_2 = 0. \quad (4.84)$$

Оскільки суму загальних рішень для R_1, R_2 можна представити у вигляді:

$$R_{1n} + R_{2n} = C_{1n} J_n(\xi) + C_{3n} V_n(\xi) + C_{2n} I_n(\xi) + C_{4n} K_n(\xi), \quad (4.85)$$

то маємо вираз для $W = W_n$ у вигляді

$$W_n = [C_{1n} J_n(\xi) + C_{3n} V_n(\xi) + C_{2n} I_n(\xi) + C_{4n} K_n(\xi)] \sin(n\varphi + \alpha_n), \\ C_{1n}, C_{2n}, C_{3n}, C_{4n} - const, \quad (4.86)$$

де $J_n(\xi)$ – циліндрична функція Бесселя першого роду; $V_n(\xi)$ – циліндрична функція Бесселя другого роду (функція Неймана); $I_n(\xi)$ – модифікована функція Бесселя; $K_n(\xi)$ – функція Макдональда порядку n .

У разі осесиметричних коливань засувки з урахуванням поведінки функцій $J_n(\xi), V_n(\xi), I_n(\xi), K_n(\xi)$ при $\xi \rightarrow 0$ вираз для W_n набуває вигляду:

$$W_n = W_0 = C_{10} J_0(\xi) + C_{30} V_0(\xi) + C_{20} I_0(\xi) + C_{40} K_0(\xi). \quad (4.87)$$

Крім того, для суцільної засувки, яка не має в центрі опори, до якої в центрі (при $\xi \rightarrow 0$) не прикладене сконцентроване навантаження, константи C_{30}, C_{40} дорівнюють нулю, а загальне розв'язання для W_0 записується у вигляді

$$W_0 = C_{10} J_0(\xi) + C_{20} I_0(\xi). \quad (4.88)$$

Константи C_{10}, C_{20} визначаються з граничних умов (4.70), які для функції W_0 трансформуються до вигляду

$$W_0 \Big|_{\xi=\beta=\lambda b}, \quad \frac{dW_0}{d\xi} \Big|_{\xi=\beta=\lambda b} = 0 \quad (4.89)$$

і призводять до такої системи рівнянь відносно констант C_{10}, C_{20} :

$$C_{10} J_0(\beta) + C_{20} I_0(\beta) = 0, \quad C_{10} J'_0(\beta) + C_{20} I'_0(\beta) = 0. \quad (4.90)$$

З системи рівнянь (90) випливає, що ненульові значення коефіцієнтів C_{10}, C_{20} реалізуються при виконанні умови

$$J_0(\beta)I_0'(\beta) - J_0'(\beta)I_0(\beta) = 0, \quad (4.91)$$

з якої й визначається, в кінцевому підсумку, значення частоти власних коливань ω [55, 66].

Відповідні власним значенням ω власні функції W_0 можуть бути в подальшому використані як для розрахунку форми власних коливань засувок, так і для аналізу вимушених коливань. В останньому разі доцільне використання перетворення Лапласа в часовій області, особливості застосування якого розглянуті вище при побудові математичних моделей радіальних і поздовжніх коливань стінок трубопроводів.

РОЗДІЛ 5. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ НЕСТАЦІОНАРНИХ ПРОЦЕСІВ У ТЕПЛОБМІННИКАХ ГЕОТЕРМАЛЬНИХ ТЕПЛОНАСОСНИХ СИСТЕМ

5.1. Коливання трубок теплообмінників і аналіз їх стійкості при протіканні в них рідини

Поряд з позитивними технічними й технологічними факторами використання режимів гідроудару й коливальних режимів руху рідини в гідравлічних трактах теплообмінного обладнання необхідно обмежитися такими параметрами дії на гідропотік, які б забезпечували динамічну й статичну стійкість трубок теплообмінників [59, 60, 61].

У зв'язку з цим розглянемо рівняння поперечних вигнутих коливань трубки з рідиною, що рухається зі швидкістю v , яке згідно з роботою [62] може бути представлено у вигляді

$$EJ \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + 2Mv \frac{\partial^2 y}{\partial x \partial t} + L \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \rho \frac{\partial y}{\partial t} + hy + (M + m) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0, \quad (5.1)$$
$$h = N + PS + Mv^2.$$

Тут E – модуль пружності матеріалу трубки теплообмінника, J – момент інерції на вигин, y – поперечне зміщення осі трубки, x – координата вздовж осі трубки, направлена за рухом рідини, t – час, M – маса рідини на одиницю довжини, $v(t)$ – поздовжня швидкість рідини, N – поздовжнє навантаження на трубку теплообмінника, P – тиск у рідині, S – прохідний переріз трубки теплообмінника, ρ – коефіцієнт тертя, h – пружність розподіленої основи (трубної дошки), m – маса трубки на одиницю довжини.

Внаслідок залежності v від t стандартне уявлення про розв'язання рівняння (5.1) у формі

$$y = \sum_{i \approx 1}^K \varphi_i(t) \sin \frac{\tau \varepsilon_i x}{l}, \quad (5.2)$$

де l – довжина трубки, призводить до досить громіздкої системи рівнянь для $\varphi_i(t)$, що обумовлює необхідність спрощеного аналізу коливань трубок теплообмінника.

Одним з радикальних спрощень є уявлення про те, що власна частота коливань трубок слабо залежить від швидкості руху в них рідини [63, 64]. Ця обставина дозволяє в рівнянні (5.1) уявити $\rho = 0$ і вважати $v = const$. Якщо знехтувати розподіленою пружністю трубних дошок, уявивши $h = 0$, то після ряду додаткових спрощень прийдемо до рівняння

$$EJ \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + (M + m) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0, \quad (5.3)$$

яке може бути досліджене методами, стандартними в теорії поздовжніх коливань стержнів [65].

Виходячи з роботи [65], приходимо до такого уявлення розв'язання рівняння (5.3):

$$y(x, t) = \varphi(x) \sin(Pt + \alpha). \quad (5.4)$$

Підставляючи (5.4) у (5.3), отримуємо рівняння

$$EJ \frac{\partial^4 \varphi(x)}{\partial x^4} - P^2 (M + m) \varphi(x) = 0, \quad (5.5)$$

яке має чотири незалежних розв'язки:

$$\cos Kx, \sin Kx, chKx, ShKx, K = \sqrt{(M + m)\rho^2 / EJ}. \quad (5.6)$$

Комбінуючи з (5.6) функції Кривола S, T, U, V за правилами

$$\begin{aligned} S(x) &= \frac{1}{2}(chKx + \cos Kx), & T(x) &= \frac{1}{2}(ShKx + \sin Kx), \\ U(x) &= \frac{1}{2}(chKx - \cos Kx), & V(x) &= \frac{1}{2}(shKx - \sin Kx), \end{aligned} \quad (5.7)$$

з урахуванням умов жорсткого закріплення кінців трубок

$$\varphi(0) = \varphi'(0) = 0, \quad \varphi(l) = \varphi'(l) = 0, \quad (5.8)$$

де $\equiv \frac{\partial \varphi}{\partial x}$, і диференційних властивостей функцій S, T, U, V , розв'язання рівняння

(5.5) можна розшукувати у формі

$$\varphi(x) = CU(Kx) + DV(Kx), \quad C, D - const. \quad (5.9)$$

На границі $x = l$ умови (8) призводять до системи рівнянь

$$CU(Kl) + DV(Kl) = 0, \quad CT(Kl) + DU(Kl) = 0, \quad (5.10)$$

з якої випливає

$$U^2(Kl) - T(Kl)V(Kl) = 0 \rightarrow ch(Kl)\cos(Kl) = 1. \quad (5.11)$$

Аналіз виразу (5.11) призводить до таких значень K_1, K_2 (першим двом числам, що відповідають власним частотам коливань трубок):

$$K_1 = 4,7 / l, K_2 = 7,8 / l \quad (5.12)$$

і відповідно до таких залежностей для власних частот P_1, P_2 :

$$P_1 = \left(\frac{4,7}{l}\right)^2 \sqrt{\frac{EJ}{M+m}}, \quad P_2 = \left(\frac{7,8}{l}\right)^2 \sqrt{\frac{EJ}{M+m}}, \quad (5.13)$$

в яких величина моменту інерції для трубки діаметром D і товщиною стінки δ визначається виразом

$$J = \frac{\pi D^3 \delta}{8}. \quad (5.14)$$

На основі виразів (5.13), (5.14) можуть бути отримані для заданих значень D, δ, E, m, M, l конкретні числові значення частот P_1, P_2 , найнебезпечніших з погляду виникнення резонансних коливань трубок теплообмінників при модуляції швидкості руху рідини.

У тому разі, коли інтенсифікація теплообміну в теплообмінних апаратах здійснюється залповим викидом гідропотоку з трубчастих випромінювачів з площею поперечного перерізу $S_{\text{вун}}$, перпендикулярній поверхні трубної дошки з поперечним перерізом S , величина гідродинамічного тиску на трубну дошку P_T може бути визначена приблизним виразом:

$$P_T = \frac{\rho v^2 S_{\text{вун}}}{S}, \quad (5.15)$$

де ρ – щільність рідини.

Оскільки в подальшому дія на трубну дошку передається трубкам теплообмінника, то необхідним виявляється оцінити величину критичної поздовжньої сили $T_{\text{кр}}$, при якій спостерігається втрата статичної вигинної стійкості теплообмінника. Згідно з роботою [66] для трубок з жорстко закріпленими кінцями величина $T_{\text{кр}}$ визначається виразом

$$T_{\text{кр}} = \frac{4\pi^2 EJ}{l^2}, \quad (5.16)$$

а у разі, коли один з кінців трубки має жорстке кріплення, а другий – шарнірне, величина $T_{\text{кр}}$ дорівнює

$$T_{\text{кр}} = \frac{\pi EJ}{l^2}. \quad (5.17)$$

Співставлення виразів (5.16), (5.17) показує, що в останньому разі величина критичної поздовжньої сили приблизно на порядок менша, що обумовлює необ-

хідність забезпечення герметичності сполучення трубок і трубних дошок теплообмінників.

5.2. Аналіз поздовжніх коливань трубок теплообмінників при осьових гідродинамічних впливах на трубні дошки складної форми

Як показано в роботі [61], рівняння поздовжнього переміщення трубки, що моделюється стержнем, може бути представлено в такому вигляді:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + \rho^2 y = \frac{P_F(t)}{m}, \quad (5.18)$$

де $P = \sqrt{c/m}$ (c – коефіцієнт жорсткості стержня, m – приведена маса, P – частота вільних коливань), y – поздовжнє переміщення, t – час.

За нульових початкових умов $\left(y(t=0) = 0, \frac{dy}{dt}(t=0) = 0 \right)$ розв'язання рівняння (5.18) має інтегральне представлення [61]:

$$y = \frac{1}{mP} \int_0^t P_F(\tau) \sin P(t-\tau) d\tau. \quad (5.19)$$

У справедливості цього уявлення можна переконатися, використовуючи формулу диференціювання інтеграла по параметру [67]

$$\frac{d}{d\lambda} \int_{u(\lambda)}^{v(\lambda)} f(x, \lambda) dx = \int_{u(\lambda)}^{v(\lambda)} \frac{\partial}{\partial \lambda} f(x, \lambda) dx + f(v(\lambda), \lambda) \frac{dv}{d\lambda} - f(u(\lambda), \lambda) \frac{du}{d\lambda}, \quad (5.20)$$

відповідно якій вирази для $\frac{dy}{dt}$ і $\frac{d^2 y}{dt^2}$ мають такий вигляд:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{1}{m} \int_0^t P_F(\tau) \cos P(t-\tau) d\tau, \quad \frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{-P}{m} \int_0^t P_F(\tau) \sin(t-\tau) d\tau + \frac{P_F(t)}{m}. \quad (5.21)$$

Підставляючи вирази (5.19), (5.21) у рівняння (5.18), безпосередньою перевіркою можна переконатися в тому, що рівняння (5.18) тотожно задовольняється. В свою чергу, як було показано в роботі [61], розв'язання (5.19) може бути також представлено у формі

$$y = A \cos Pt + B \sin Pt, \\ A = -\frac{1}{mP} \int_0^t P_F(\tau) \sin P\tau d\tau, \quad B = \frac{1}{mP} \int_0^t P_F(\tau) \cos P\tau d\tau. \quad (5.22)$$

Як приклад розглянемо поздовжні коливання трубок теплообмінників під дією ударної хвилі при електричному розряді в рідині, коли тимчасова залежність тиску на фронті ударної хвилі може бути представлена у вигляді функцій $q = q_* e^{-t/\theta}$, $q_*, \theta - \text{const}$ [68].

Якщо уявити, що відображення ударної хвилі від трубно́ї дошки та її зату́хання в трубно́ї дошці не призводять до зміни часової залежності поздовжньої сили $P_F(t)$, то в цьому разі параметри A, B в (5.22) визначатимуться виразами

$$A = -\frac{1}{mP} \int_0^t P_{F*} e^{-\tau/\theta} \sin P\tau d\tau, \quad B = \frac{1}{mP} \int_0^t P_{F*} e^{-\tau/\theta} \cos P\tau d\tau, \quad (5.23)$$

де $P_{F*} = P_F(t=0)$.

Заміна змінної в інтегралах (5.23) $P\tau = x$, $d\tau = \frac{dx}{P}$ призводить до інтегралів вигляду:

$$A = -\frac{1}{mP^2} \int_0^{Pt} P_{F*} e^{-x/P\theta} \sin x dx, \quad B = \frac{1}{mP^2} \int_0^{Pt} P_{F*} e^{-x/P\theta} \cos x dx, \quad (5.24)$$

який має такі значення [69]:

$$\begin{aligned} A &= -\frac{P_{F*}}{mP^2} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{P\theta}\right)^2 + 1} e^{-x/P\theta} \left(-\frac{1}{P\theta} \sin x - \cos x \right) \Big|_0^{Pt} = \\ &= \frac{P_{F*}}{mP^2} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{P\theta}\right)^2 + 1} \left\{ \left(\frac{1}{P\theta} \sin Pt + \cos Pt \right) e^{-t/\theta} - 1 \right\}, \\ B &= \frac{P_{F*}}{mP^2} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{P\theta}\right)^2 + 1} e^{-x/P\theta} \left(-\frac{1}{P\theta} \cos x + \sin x \right) \Big|_0^{Pt} = \\ &= \frac{P_{F*}}{mP^2} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{P\theta}\right)^2 + 1} \left\{ \left(-\frac{1}{P\theta} \cos Pt + \sin Pt \right) e^{-t/\theta} + \frac{1}{P\theta} \right\}. \end{aligned}$$

Аналогічно можуть бути розглянуті поздовжні коливання трубок теплообмінників під дією тиску гідропотоку, викликаного дією коаксіальних електрогідравлічних випромінювачів [68]. Відмітимо, що для пристроїв подібного роду в коливальному зату́хаючому режимі розряду вираз для струму розряду може бути представлений у вигляді

$$J(t) = A \exp(-\alpha t) \sin \beta t, \quad (5.25)$$

де α, β, A – деякі константи, зв’язані з електричними параметрами розрядного контура.

При цьому рівняння сили, що діє на плазмовий поршень з приведеною масою m' , визначається виразом

$$m' \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{J^2}{2} \cdot \frac{dL_1(x)}{dx}, \quad (5.26)$$

де x – координата розрядного каналу, t – час.

Розрахунки показують, що величина $\frac{dL_1(x)}{dx}$, що дорівнює похідній змінній, яка є складовою індуктивного розрядного контура по координаті руху розрядного каналу, є слабо зростаючою функцією часу. Якщо припустити у виразі для J величину $\alpha = 0$, що буде відповідати слабкому затуханню струму в розряді по часу, то рівняння для $\frac{d^2 x}{dt^2}$ набуває простішого вигляду:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = K \sin^2 \beta t, \quad K = \frac{A^2}{2m'} \cdot \frac{dL_1(x)}{dx} - const. \quad (5.27)$$

Інтегрування рівняння (5.27) з початковою умовою $\frac{dx}{dt}(t=0) = 0$ призводить до такого виразу для швидкості плазмового поршня і до прискорення рідини, яка ним пришвидшується:

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{K}{\beta} \cdot \left\{ \frac{\beta t}{2} - \frac{\sin \beta t \cdot \cos \beta t}{2} \right\}. \quad (5.28)$$

Чисельні розрахунки також показують, що наявність коливальної складової в (5.28) не впливає на залежності $\frac{dx}{dt}$ і t , що дозволяє обмежитися в (5.28) лінійним членом по t . Фактично таке наближення означає, що на інтервалі інтегрування функція $\sin^2 \beta t$ замінюється деякою ефективною константою.

З урахуванням оговорених спрощень функціональна залежність зовнішньої сили $P_F(t)$, що діє на виділену трубку теплообмінника в поздовжньому напрямку, пропорційна динамічному натиску рідини, яка визначається виразом

$$P_F(t) \propto \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 = Qt^2, \quad Q - const, \quad (5.29)$$

а залежності для A і B в (5.22) набувають такого вигляду [69]:

$$\begin{aligned}
A &= -\frac{Q}{mP} \int_0^t \tau^2 \sin P\tau d\tau = -\frac{Q}{mP^4} \int_0^{Pt} x^2 \sin x dx = -\frac{Q}{mP^4} \left\{ 2x \cdot \sin x - (x^2 - 2) \cos x \right\} \Big|_0^{Pt} = \\
&= -\frac{Q}{mP^4} \left\{ 2Pt \sin Pt - \left[(Pt)^2 - 2 \right] \cos Pt - 2 \right\}, \\
B &= \frac{Q}{mP} \int_0^t \tau^2 \cos P\tau d\tau = \frac{Q}{mP^4} \int_0^{Pt} x^2 \cos x dx = \frac{Q}{mP^4} \left\{ 2x \cos x + (x^2 - 2) \sin x \right\} \Big|_0^{Pt} = \\
&= \frac{Q}{mP^4} \left\{ 2Pt \cos Pt + \left[(Pt)^2 - 2 \right] \sin Pt \right\}.
\end{aligned}$$

З порівняння виразів для змінних A і B при дії ударної хвилі й гідропотоку видно, що характер розвитку поздовжніх коливань трубок теплообмінників у цих випадках має якісно різний характер (наявність спадаючого в часі члена $e^{-t/\theta}$ у змінних A , B при дії ударної хвилі в зростаючих у часі членів t і t^2 у змінних A , B при дії гідропотоку рідини). Ці відмінності можуть бути використані для диференційованої ідентифікації внеску ударної хвилі й гідропотоку, а також будь-якої іншої дії на елементи трубок теплообмінників при наявності експериментальних даних щодо динаміки розвитку поздовжніх коливань елементів теплообмінників.

5.3. Аналіз поздовжніх коливань трубок теплообмінників при періодичній дії імпульсів тиску

У деяких випадках вираз для сили $P_F(t)$ можна представити у вигляді розкладання Фур'є за зростаючими гармоніками з періодами $T, \frac{1}{2}T, \frac{1}{3}T$:

$$P_F(t) = \frac{a_e}{2} + \sum_{K=1}^{\infty} a_K \cos K \frac{2\pi t}{T} + \sum_{K=1}^{\infty} b_K \sin K \frac{2\pi t}{T}, \quad (5.30)$$

де коефіцієнти a_K, b_K визначаються виразами

$$a_K = \frac{2}{T} \int_0^T P_F(t) \cos K \frac{2\pi t}{T} dt, \quad b_K = \frac{2}{T} \int_0^T P_F(t) \sin K \frac{2\pi t}{T} dt. \quad (5.31)$$

Якщо сила $P_F(t)$ представлена послідовністю однакових імпульсів інтенсивністю S в момент часу $t = T, 2T, 3T, \dots$, то інтеграли $\int_0^T P_F(t) \cos K \frac{2\pi t}{T} dt$,

$\int_0^T P_F(t) \sin K \frac{2\pi t}{T} dt$ визначаються виразами:

$$\int_0^T P_F(t) \cos K \frac{2\pi t}{T} dt = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \int_0^{\Delta t} P_F(t) \cos \frac{2\pi t}{T} dt = S, \quad (5.32)$$

$$\int_0^T P_F(t) \sin K \frac{2\pi t}{T} dt = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \int_0^{\Delta t} P_F(t) \sin \frac{2\pi t}{T} dt = 0,$$

а коефіцієнти a_K, b_K мають вигляд

$$a_K = \frac{2S}{T}, \quad b_K = 0, \quad K = 1, 2, \dots \quad (5.33)$$

Таким чином, вираз для сили $P_F(t)$ має вигляд

$$P_F(t) = \frac{S}{T} + \frac{2S}{T} \sum_{K=1}^{\infty} \cos K \frac{2\pi t}{T}. \quad (5.34)$$

Розглянемо далі рівняння руху трубки теплообмінника при дії сили $P_F(t) = \frac{2S}{T} \cos K \frac{2\pi t}{T}$, яке має вигляд

$$\frac{d^2 y_K}{dt^2} + P^2 y_K = \frac{2S}{mT} \cos K \frac{2\pi t}{T}. \quad (5.35)$$

Розшукуючи розв'язання рівняння (5.35), яке встановилося у формі

$$y_K = A_K \cos K \frac{2\pi t}{T}, \quad (5.36)$$

після підстановки (5.36) у (5.35) отримуємо такий вираз для A_K і y_K :

$$A_K = \frac{(2S / mT)}{P^2 - (2\pi K / T)^2}, \quad y_K = \frac{(2S / mT)}{P^2 - (2\pi K / T)^2} \cos K \frac{2\pi t}{T}. \quad (5.37)$$

Якщо рівняння руху трубки теплообмінника (для нульового наближення в (5.34)) має вигляд

$$\frac{d^2 y_0}{dt^2} + P^2 y_0 = \frac{S}{mT}, \quad (5.38)$$

то розв'язання рівняння (5.38), що встановилося –

$$y_0 = \frac{S}{P^2 mT}. \quad (5.39)$$

Підсумовуючи (5.39) з набором розв'язань y_K (5.36) для кожної з гармонік, приходимо в результаті до виразу для поздовжнього зміщення трубки теплообмінника y в інтервалі часу $0 < t < T$:

$$y(t) = \frac{S}{P^2 m T} + \frac{2S}{m T} \sum_{K=1}^{\infty} \frac{\cos K(2\pi t / T)}{P^2 - (2\pi K / T)^2}. \quad (5.40)$$

Виходячи з роботи [61], наведемо дещо інший спосіб отримання наближеного розв'язання рівняння (5.18), який не зв'язаний з необхідністю підсумовування безкінечного ряду (5.40). По-перше, в момент відсутності імпульса, коли $P_F(t)$ дорівнює нулю, рівняння руху (5.18) описує вільні коливання і його розв'язання має вигляд

$$y(t) = A \cos Pt + B \sin Pt, \quad (5.41)$$

в чому можна переконатися, продиференціювавши вираз (5.41) двічі по t і підставивши $\frac{d^2 y}{dt^2}$ і $y(t)$ у (5.18).

По-друге, константи A, B можуть бути визначені через початкове зміщення $y_0 (A = y_0)$ і початкову швидкість $v_0 = \frac{dy}{dt}(t=0)$, $\left(B = \frac{v_0}{P} \right)$, то розв'язання $y(t)$ набуває вигляду

$$y(t) = y_0 \cos Pt + \frac{v_0}{P} \sin Pt, \quad (5.42)$$

а швидкість $\frac{dy}{dt}$ визначатиметься виразом

$$\frac{dy}{dt} = -P y_0 \sin Pt + v_0 \cos Pt. \quad (5.43)$$

Далі, в момент часу $t = T - 0$ (перед прикладенням чергового імпульсу) з (5.42), (5.43) отримуємо

$$y_1 = y_0 \cos PT + \frac{v_0}{P} \sin PT, \quad v_1 = -P y_0 \sin PT + v_0 \cos PT, \quad (5.44)$$

а відразу після прикладення імпульсу S (в момент часу $t = T + 0$) величини $y(T + 0) = y_2$ і $\frac{dy}{dt}(T + 0)$ набудуть значення

$$y_2 = y_1 = y_0 \cos PT + \frac{v_0}{P} \sin PT, \quad v_2 = -Py_0 \sin PT + v_0 \cos PT + \frac{S}{m}. \quad (5.45)$$

Оскільки внаслідок періодичності процесу повинні виконуватись умови $y_0 = y_2$, $v_0 = v_2$, то для визначення невідомих констант y_0, v_0 отримуємо систему рівнянь:

$$y_0 = y_0 \cos PT + \frac{v_0}{P} \sin PT, \quad v_0 = -Py_0 \sin PT + v_0 \cos PT + \frac{S}{m}. \quad (5.46)$$

розв'язання якої має вигляд

$$y_0 = \frac{S}{2mP} \operatorname{ctg} \frac{PT}{2}, \quad v_0 = \frac{S}{2m}. \quad (5.47)$$

Таким чином, рух трубки теплообмінника в інтервалі $0 < t < T$ після прикладення імпульса S має вигляд

$$y = \frac{S}{2mP} \left(\sin Pt + \cos Pt \cdot \operatorname{ctg} \frac{PT}{2} \right). \quad (5.48)$$

Аналіз виразу (5.48) показує, що при $\frac{PT}{2} = n\pi$ коли $\operatorname{ctg} \frac{PT}{2} \rightarrow \infty$, тобто при $\omega = P/n$, де ω – кругова частота прикладення імпульсів ($\omega = 2\pi/T$), настає так званий ударний резонанс [61].

Розглянемо складніший випадок, який більшою мірою відповідає реальній ситуації при дії, наприклад, електрогідравлічних чи пневмогідравлічних випромінювачів. Будемо вважати, що випромінювач імпульсів тиску працює з періодом T , але випромінювач випромінює два імпульси (рис. 5.1) з інтенсивністю S_1 (імпульс ударної хвилі) й інтенсивністю S_2 (імпульс тиску гідропотоку) [61].

В інтервалі часу $+0 < t < T_1 - 0$ (в подальшому позначення $f \pm 0$ відповідає $f \pm \varepsilon$, де ε – мала величина в порівнянні з f (розв'язання рівняння вільних коливань, як і в задачі з одним імпульсом, має вигляд (5.41), де константи A, B визначаються в момент часу $t = +0$ через зміщення y_0 і швидкість v_0 в цей момент часу ($A = y_0, B = v_0/P$). Таким чином, поздовжнє зміщення трубки теплообмінника в інтервалі часу $+0 < t < T_1 - 0$ описується рівнянням

$$y = y_0 \cos Pt + \frac{v_0}{P} \sin Pt.$$

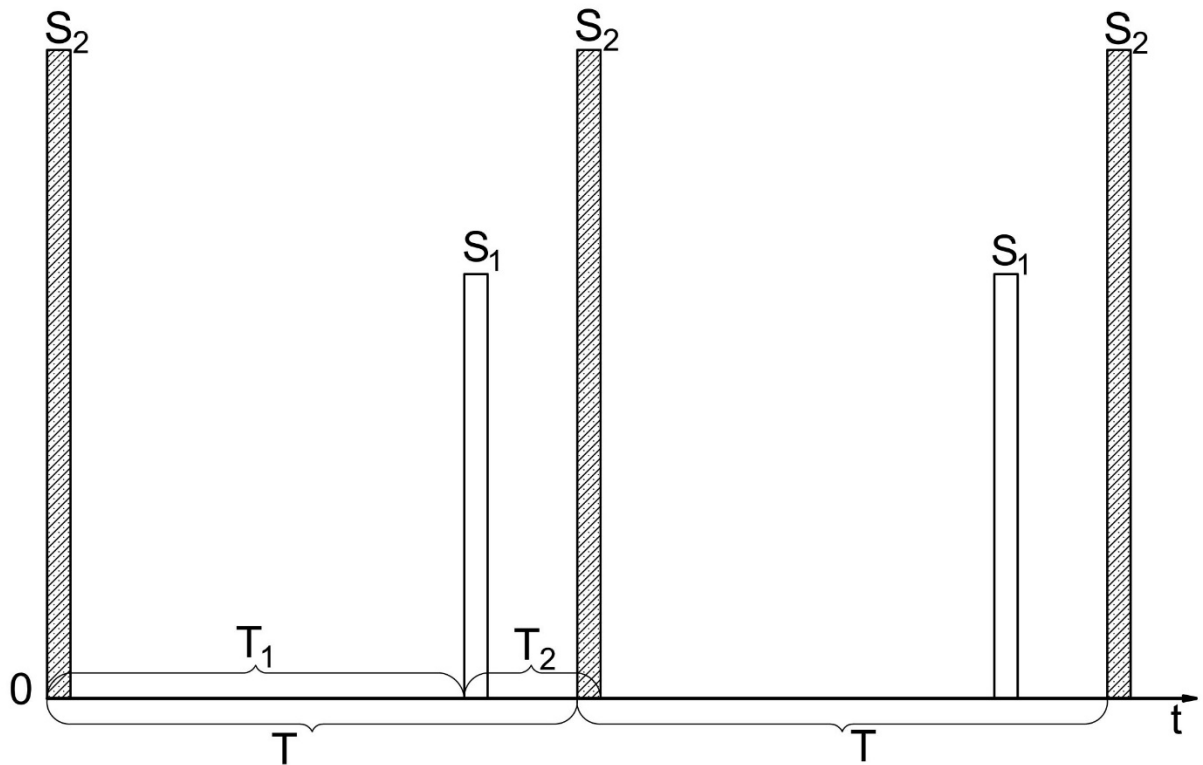


Рис. 5.1. Графічне відображення експерименту при дії, електрогідравлічних чи пневмогідравлічних випромінювачів: T - періоди; S - інтенсивність імпульсів

У момент часу $t = T_1 - 0$ величина y набуває значення

$$y(T_1 - 0) = y_0 \cos PT_1 + \frac{v_0}{P} \sin PT_1,$$

а швидкість $\frac{dy}{dt}$ дорівнює $\frac{dy}{dt}(t = T_1 - 0) = -Py_0 \sin PT_1 + v_0 \cos PT_1$.

В інтервалі часу $T_1 + 0 < t < T_1 - 0$ або $T_1 + 0 < t < T_1 + T_2 - 0$, коли коливання також є вільними, розв'язання рівняння руху трубки теплообмінника має вигляд $y' = A' \cos Pt' + B' \sin Pt'$, де константи A' , B' можуть бути визначені через початкові умови в момент часу $t' \rightarrow 0$ ($A' = y'_0$, $B' = v'_0 / P$).

Таким чином, $y' = y'_0 \cos Pt' + (v'_0 / P) \sin Pt'$, причому величини y'_0 і v'_0 пов'язані з y_0 , v_0 такими співвідношеннями:

$$y'_0 = y_0 \cos PT_1 + \frac{v_0}{P} \sin PT_1, \quad v'_0 = -Py_0 \sin PT_1 + v_0 \cos PT_1 + \frac{S_1}{m}. \quad (5.49)$$

Аналогічно величини $y'(T_2 - 0)$, $v'(T_2 - 0)$

$y'(T_2 - 0) = y_0$, $v'(T_2 - 0) + \frac{S_2}{m} = v_0$ і пов'язані внаслідок періодичності з v_0 , y_0 спів-

відношеннями $y'(T_2 - 0) = y_0$, $v'(T_2 - 0) + \frac{S_2}{m} = v_0$, які визначають додатково до (5.49) таку систему рівнянь:

$$y_0 = y'_0 \cos PT_2 + \frac{v'_0}{P} \sin PT_2, \quad v_0 = -Py'_0 \sin PT_2 + v'_0 \cos PT_2 + \frac{S_2}{m}. \quad (5.50)$$

Сумісне розв'язання системи рівнянь (5.49), (5.50) призводить до залежностей для y'_0, v'_0 :

$$\begin{aligned} y'_0 &= \frac{S_2}{2m} \sin PT_1 + \frac{S_2 \cos PT_1 + S_1}{2mP} \operatorname{ctg} \frac{PT}{2}, \\ v'_0 &= -\frac{Py'_0 \sin PT + (S_2 / m) \cos PT_1 + (S_1 / m)}{2 \sin^2 (PT / 2)}, \end{aligned} \quad (5.51)$$

через які визначаються y_0, v_0 у (5.50).

Аналіз першого з виразів у (5.51) показує, що, як і в разі поодиноких імпульсів, для y' у разі двох періодичних імпульсів можливе виникнення ударних резонансів з тією ж умовою на період T , хоча амплітуда ударних резонансів у цьому разі залежить від інтенсивності обох імпульсів S_1, S_2 .

5.4. Деякі спеціальні методи аналізу динамічних процесів у трубках теплообмінників при додаткових ускладнювальних факторах

5.4.1. Особливості моделювання поздовжніх коливань трубок теплообмінників з нелінійною жорсткістю при використанні методу малого параметра

У випадках нестационарних, особливо імпульсних, гідродинамічних дій на елементи конструкції теплообмінників величина поздовжніх переміщень трубок теплообмінників може бути досить значною. При цьому окремі елементи конструкції теплообмінників можуть пошкоджуватись або змінювати характер зав'язків з сусідніми елементами, а на характер поздовжніх коливань трубок теплообмінників можуть впливати вигинання коливання трубок. Ці обставини в сукупності обумовлюють необхідність розгляду особливостей поздовжніх коливань і їх математичного моделювання при врахуванні нелінійної залежності їх частоти вільних коливань (приведеній жорсткості) від зміщення. У цьому параграфі для слабонелінійної залежності частоти власних коливань трубок теплообмінників від поздовжнього зміщення використовується підхід, оснований на використанні одного з методів теорії збурень – методу малого параметра [70].

Розглянемо рівняння поздовжніх коливань трубки теплообмінника вигляду

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + P^2(y)y = \frac{F(t)}{m}, \quad (5.52)$$

де

$$P(y) = P_1 [1 + \varepsilon(K_1 + \varepsilon K_2 y)], \varepsilon \ll 1, K_1, K_2 \text{ const.} \quad (5.53)$$

Підставляючи поздовжнє зміщення трубок теплообмінника у формі степеневого ряду по малому параметру нелінійності ε

$$y = v_0 + \varepsilon v_1 + \varepsilon^2 v_2 + \dots + \quad (5.54)$$

приходимо до рівнянь для нульового

$$\frac{d^2 v_0}{dt^2} + P_1^2 v_0 = \frac{F(t)}{m} \quad (5.55)$$

і першого наближення

$$\frac{d^2 v_1}{dt^2} + P_1^2 v_1 = -2P_1^2 K_1 v_0. \quad (5.56)$$

Рівняння (5.55) описує раніше розглянуті процеси поздовжніх коливань, а (5.56) – процеси коливань, в яких функціональна залежність зовнішньої сили від часу збігається з функціональною залежністю поздовжнього зміщення від часу для лінійної задачі.

Це рівняння зручно представити у формі

$$\frac{d^2 v_1}{dt^2} + P_1^2 v_1 = \frac{F_1(t)}{m_1}, \quad (5.57)$$

де сила $F_1(t)$ і приведена маса m_1 визначаються виразами

$$F_1(t) = -v_0, m_1 = \frac{1}{2P_1^2 K_1}. \quad (5.58)$$

Необхідно відмітити, що до подібного роду структури рівняння для першого наближення призводить аналіз і інших слабонелінійних залежностей, наприклад, тоді, коли

$$P(y) = P_1 [1 + \varepsilon y^2]. \quad (5.59)$$

У цьому разі, підставивши (5.54), (5.59) у рівняння (5.52), приходимо до рівняння (5.55) для нульового наближення і до рівняння

$$\frac{d^2 v_1}{dt^2} + P_1^2 v_1 = -P_1 v_0^2 \quad (5.60)$$

для першого наближення.

Далі розглянемо розв'язання рівняння (5.57), (5.58) з урахуванням раніше отриманих виразів для v_0 при дії ударної хвилі, коли функціональна залежність для $F_1(t)$ представлена у вигляді

$$F_1(t) = \frac{P_{F*}}{mP_1^2} \cdot \frac{1}{(1/P\theta)^2 + 1} \left\{ \cos P_1 t - \frac{1}{P_1 \theta} \sin P_1 t - e^{-t/\theta} \right\}, \quad (5.61)$$

а загальне розв'язання має вигляд $v_1 = A_1 \cos P_1 t + B_1 \sin P_1 t$,

$$A_1 = -\frac{1}{m_1 P_1} \int_0^t F_1(\tau) \sin P_1 \tau d\tau, \quad B_1 = \frac{1}{m_1 P_1} \int_0^t F_1(\tau) \cos P_1 \tau d\tau, \quad (5.62)$$

Підставляючи (5.61) у (5.62), знаходимо такі значення коефіцієнтів A_1, B_1 [69]:

$$\begin{aligned} A_1 = & -\frac{P_{F*}}{mm_1 P_1^3} \cdot \frac{1}{(1/P_1 \theta)^2 + 1} \left\{ \frac{1}{4P_1} (1 - \cos 2P_1 t) + \frac{1}{2P_1^2 \theta} \left(\frac{\sin 2P_1 t}{2} - P_1 t \right) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{P_1} \cdot \frac{1}{(1/P_1 \theta)^2 + 1} \left[e^{-t/\theta} \left(\frac{1}{P_1 \theta} \sin P_1 t + \cos P_1 t \right) - 1 \right] \right\}, \\ B_1 = & -\frac{P_{F*}}{mm_1 P_1^3} \cdot \frac{1}{(1/P_1 \theta)^2 + 1} \left\{ \frac{1}{P_1} \left(\frac{P_1 t}{2} + \frac{\sin 2P_1 t}{4} \right) + \frac{1}{4P_1^2 \theta} (\cos 2P_1 \cdot t - 1) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{P_1} \cdot \frac{1}{(1/P_1 \theta)^2 + 1} \left\{ e^{-t/\theta} \left(\sin P_1 t - \frac{1}{P_1 \theta} \cos P_1 t \right) + \frac{1}{P_1 \theta} \right\} \right\}. \end{aligned} \quad (5.63)$$

Таким чином, кінцевий вираз для $v_1(t)$ має вигляд

$$\begin{aligned} v_1 = & \frac{P_{F*}}{mm_1 P_1^3} \cdot \frac{1}{(1/P_1 \theta)^2 + 1} \left\{ \frac{1}{2} \sin P_1 t + \frac{t}{2P_1 \theta} \cos P_1 t - \frac{\sin P_1 t}{2P_1^2 \theta} + \right. \\ & \left. + \frac{1}{P_1} \cdot \frac{1}{(1/P_1 \theta)^2 + 1} \left\{ \cos P_1 t + \frac{1}{P_1 \theta} \sin P_1 t - e^{-t/\theta} \left[\cos 2P_1 t - \frac{1}{P_1 \theta} \sin 2P_1 t \right] \right\} \right\}, \end{aligned} \quad (5.64)$$

аналіз якого показує, що внаслідок наявності нелінійності величина зміщень при поздовжніх коливаннях трубок теплообмінника може з часом асимптотично збільшуватись.

Розглянемо випадок, коли дія на трубки теплообмінника здійснюється через динамічний напір гідропотоку електрогідравлічних випромінювачів, а вираз для $F_1(t)$ має представлення

$$F_1(t) = -v_0, \quad v_0 = \frac{Q}{mP_1^4} \left\{ \left[(P_1 t)^2 - 2 \right] + 2 \cos P_1 t \right\}. \quad (5.65)$$

З урахуванням (5.65) вирази для коефіцієнтів A_1, B_1 у (5.62), які визначаються інтегралами

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{1}{m_1 P_1} \int_0^t \frac{Q}{m P_1^4} \left\{ \left[(P_1 \tau)^2 - 2 \right] + 2 \cos P_1 \tau \right\} \sin P_1 \tau d\tau, \\ B_1 &= -\frac{1}{m_1 P_1} \int_0^t \frac{Q}{m P_1^4} \left\{ \left[(P_1 \tau)^2 - 2 \right] + 2 \cos P_1 \tau \right\} \cos P_1 \tau d\tau, \end{aligned} \quad (5.66)$$

мають такий вигляд:

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{Q}{m m_1 P_1^5} \left\{ 2t \sin P_1 t - P_1^2 t^2 \cos P_1 t + \frac{4}{P_1} \cos P_1 t - \frac{4}{P_1} + \frac{1}{P_1} \sin^2 P_1 t \right\}, \\ B_1 &= \frac{Q}{m m_1 P_1^5} \left\{ 2t \cos P_1 t + P_1^2 t^2 \sin P_1 t - \frac{4}{P_1} \sin P_1 t + t + \frac{P_1}{2} \sin 2P_1 t \right\}. \end{aligned} \quad (5.67)$$

У відповідності з (5.67) вираз для функції v_1 набуває вигляду

$$\begin{aligned} v_1 &= \frac{Q}{m m_1 P_1^5} \left\{ 2t \sin 2P_1 t - P_1^2 t^2 \cos 2P_1 t + \frac{4}{P_1} \cos 2P_1 t + \right. \\ &\quad \left. + t \sin P_1 t - \frac{4}{P_1} \cos P_1 t + \frac{2}{P_1} \sin^2 P_1 t \cos P_1 t \right\}, \end{aligned} \quad (5.68)$$

аналіз якого показує, що і в цьому виразі, як і в виразі (5.64), присутні складові з асимптотичним зростанням амплітуди коливань у часі.

5.4.2. Особливості моделювання процесів поздовжніх коливань трубок теплообмінників коливальними процесами в ланцюжках частинок (зв'язаних осциляторів)

Відомо, що коливальні процеси в суцільних середовищах можна моделювати коливаннями частинок, зв'язаних одна з одною пружними зв'язками (пружинами) [71, 72, 73, 74, 75]. Такі моделі досить давно і ефективно використовувались для аналізу динамічних процесів у кристалічних решітках при дослідженні процесів взаємодії частинок з твердим тілом [76, 77, 78].

Найпростіша з механічних моделей такого типу, описується системою рівнянь вигляду

$$\begin{aligned}
M_0 \frac{d^2 r_0(t)}{dt^2} &= -K_0 (r_0 - r_1), \\
M \frac{d^2 r_1(t)}{dt^2} &= K_0 (r_0 - r_1) - K (r_1 - r_2), \\
M \frac{d^2 r_n(t)}{dt^2} &= K (r_{n-1} - 2r_n + r_{n+1}), \quad n \geq 2.
\end{aligned} \tag{5.69}$$

Тут припускається, що маса кратної частинки M_0 , на яку здійснюється вплив, відрізняється від мас останніх частинок M , число яких припускається безмежним; K_0, K – константи пружного зв'язку між частинками (силові константи) [77, 78]; r_0, r_1, \dots, r_n – відносні зміщення частинок від положення рівноваги.

Для розв'язання системи рівнянь (5.69) і їй подібних, приведених до безрозмірної форми, використовується метод, що виконує функції, в результаті застосування якого для відносного зміщення $x_{2n+1}(\tau) = r_n(\tau) - \tau_{n+1}(\tau)$, $r = 2(K/M)^{1/2} t$ в роботі [77] отримано таке інтегральне рівняння:

$$\begin{aligned}
x_{2n+1}(\tau) &= \frac{1}{2} \int_0^\tau dS \left[J_{2n+1}(\tau - S) x_1(S) + J_{2n}(\tau - S) x_0(S) - \right. \\
&\quad \left. - J_{2n-1}(\tau - S) (1 - \beta) x_1(S) \right] - \sum_{m \geq 1} (-1)^m J_{m-(2n+1)}(\tau) x_m(0).
\end{aligned} \tag{5.70}$$

Розв'язання рівняння (5.70) розшукується у вигляді ряду по функціях Бесселя.

Незважаючи на ту обставину, що цей метод в математичному відношенні є досить складним, його використання в практиці дослідження коливальних процесів в елементах теплообмінного обладнання є перспективним, тому що, з одного боку є велика кількість точних розв'язань часткових задач [79–85], які можуть служити еталонами при аналізі чисельних рішень, а з іншого боку – є можливість побудови безперервних аналогів дискретних задач коливань розподілених систем.

5.4.3. Особливості моделювання солітонних режимів нелінійної динаміки коливань елементів теплообмінників

Спочатку відмітимо, що при нелінійних пружних зв'язках між частинками, що моделюють елементи теплообмінника, або наявності дуже нелінійних опор в облаштуванні трубок теплообмінника [86], фактор нелінійності призводить до появи принципово нових особливостей в динаміці коливань [87, 88] і, зокрема, до появи солітонних режимів коливань [89 - 95]. Так, наприклад, в роботі [87] була розглянута модель теплообмінника з нелінійними опорами, що описується рівнянням

$$m \frac{d^2 \vec{W}_j}{dt^2} + c(2\vec{W}_j - \vec{W}_{j-1} - \vec{W}_{j+1}) + 2n \frac{d\vec{W}_j}{dt} + F(\vec{W}_j) = 0, \quad (5.71)$$

де \vec{W}_j – вектор зміщень з компонентами $W_j^{(1)}, W_j^{(2)}$; m – величина кожної з зосереджених мас; c – коефіцієнти жорсткості пружних зав'язків, які з'єднують маси.

Нелінійна функція $F(\vec{W}_j)$, що описує взаємодію ударного типу (різке збільшення реакцій при збільшенні переміщення), задавалась у формі

$$F(\vec{W}_j) = a \frac{\vec{W}_j}{|\vec{W}_j|} \text{Sh}b|\vec{W}_j|, \quad a > 0, b > 0, a, b - \text{const}, \quad (5.72)$$

що дозволяє промодельовувати деякі типові нелінійні параметри елементів, які спрягаються у віброударних системах. Відмітимо, що паралельно з рівнянням (5.71) розглядався також безперервний аналог моделі нелінійних поздовжніх коливань у вигляді рівняння

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} + r^2 u + 2\delta \frac{du}{d\tau} + \text{Sh}u = 0, \quad (5.73)$$

для якого поряд з (5.71) встановлена можливість існування солітонних режимів нелінійних коливань, які можуть мати місце, й для вигинних коливань за рахунок нелінійності зав'язків в опорах [71, 86].

5.4.4. Особливості моделювання псевдовипадкових коливальних режимів

Псевдовипадкові режими коливань у механічних системах, виникнення яких обумовлене фактором нелінійності, проаналізовано теоретично в роботі [89] для моделі нелінійних коливань зігнутого стержня, яка описується рівнянням Дуффінга:

$$\frac{d^2 A}{dt^2} + \delta \frac{dA}{dt} - A + A^3 = f \cos \omega t; \quad \delta, f, \omega - \text{const}, \quad (5.74)$$

а потім підтверджене експериментально в роботах [96 - 98].

Цікаво відмітити, що аналогічні по фізичному змісту ефекти були виявлені також в нелінійних електричних ланцюгах, моделюючих нелінійні механічні системи [99 - 101], тому що механічні процеси в ланцюжку пов'язаних частинок повністю еквівалентні електричним процесам в пов'язаних L, c контурах [102, 75]. Так, наприклад, в роботі [100] виявлені хаотичні коливання в ланцюзі з нелінійною індуктивністю, яка описується рівнянням

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + K \frac{dx}{dt} + x^3 = B \cos \omega t, \quad (5.75)$$

а в роботі [101] – в ланцюзі з нелінійним від’ємним опором, яка описується рівнянням

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \left(\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 - 1 \right) \frac{dx}{dt} + x^3 = B \cos \omega t, \quad (5.76)$$

В роботі [99] досліджені процеси, які призводять до псевдовипадкових коливань в системах з нелінійною ємністю при залежності ємності c від напруження V вигляду

$$c = c_0 (1 + \alpha V)^{-g}, \quad \alpha, g, c_0 - const, \quad (5.77)$$

що описуються системою рівнянь

$$\frac{d}{dt}(c(V)V) = J, \quad L \frac{dJ}{dt} = -RJ - V + V_0 \sin \omega t. \quad (5.78)$$

Цей та інші приклади показують, що в цей час методи дослідження нелінійних коливань в електричних ланцюгах можуть бути ефективно використані при дослідженні нелінійних коливальних процесів у механічних системах [95, 103 - 106], в тому числі типу теплообмінних апаратів, причому не лише для моделювання поздовжніх, але й вигинних коливань трубок теплообмінників з урахуванням нестационарного руху в них рідини.

5.5. Методика розрахунку трубок теплообмінників з трубними дошками на герметичність при інтенсивних гідравлічних і механічних впливах

Як було показано вище, при інтенсивних гідравлічних і механічних впливах на трубки теплообмінників і на теплообмінні апарати в цілому є низка факторів, які можуть призвести до втрати міцності та герметичності трубок теплообмінників, що попередньо спостерігається здебільшого у місцях сполучення гідравлічних трактів. Оскільки звичайно зв'язок трубок теплообмінників з трубними дисками або з колекторами теплообмінних апаратів здійснюється методом розвальцовки, то за основу може бути прийнята методика розрахунку з'єднань форсунок з головою камер згорання рідинних ракетних двигунів (РРД) [107].

Відповідно до роботи [107] втрата герметичності з'єднання типу розвальцовки має місце тоді, коли один з компонентів деформації (ε_x чи ε_y) у трубній дошці досягає деякого граничного значення. Через те, що при розрахунку втрати герметичності з'єднань трубок теплообмінників в енергетичних теплообмінниках, що використовуються в системах з відновлюваними джерелами енергії, внаслідок порівняно малих інтегральних температурних перепадів температурними подовженнями можна знехтувати, то розрахункові формули, отримані в [107] стосовно головок камер згорання РРД, доцільно уточнити й спростити.

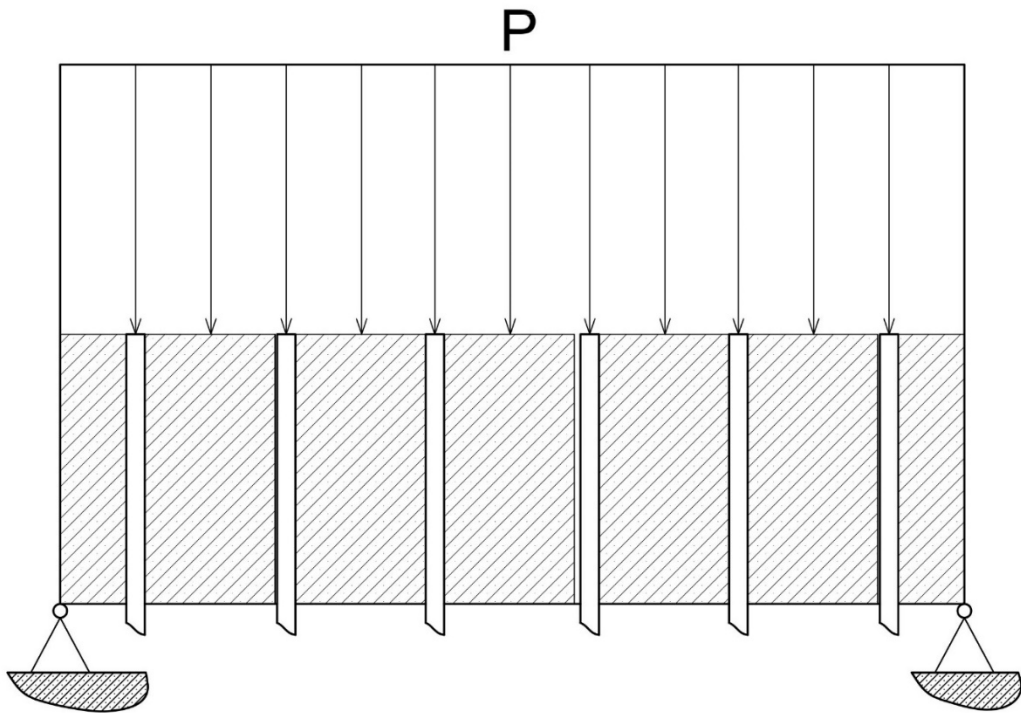


Рис.5.2. Схема навантаженої рівномірно-розподілим тиском P одношарової трубної дошки теплообмінника

У відповідності з наведеним далі розглянемо навантажену рівномірно-розподілим тиском P одношарову трубну дошку теплообмінника як вільно розташовану в корпусі теплообмінника пластину товщиною h (рис. 5.2), що призводить до помилки в бік збільшення запасу герметичності в порівнянні з шарнірним або жорстким закріпленням трубної дошки з корпусом теплообмінника.

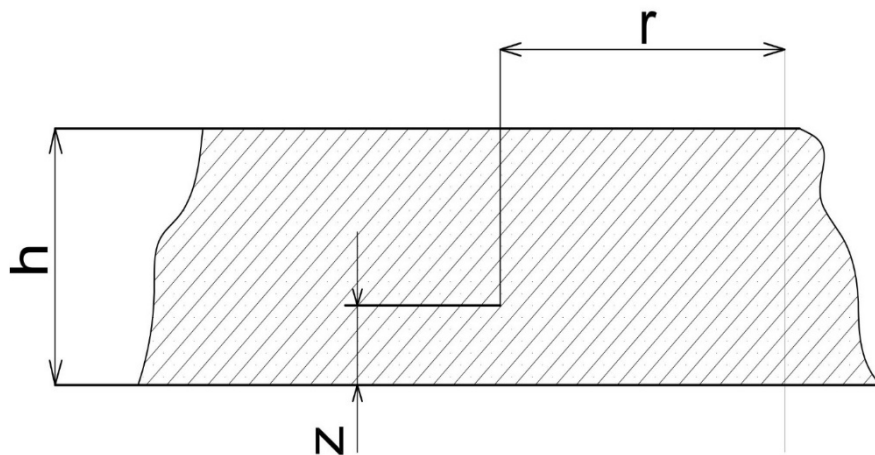


Рис. 5.3. Схема прогину пластини теплообмінника

Через те, що при цій розрахунковій схемі пластина згинається симетрично, напруження й деформації в ній можуть бути виражені в функції лише двох невідомих перемінних – радіуса r і координати z , яка відраховується вздовж осі симетрії. За початок відрахунку z приймемо нижню поверхню трубної дошки (рис. 5.3). Поточний прогин пластини позначимо через ω , а радіальне переміщення на нижній поверхні – через u .

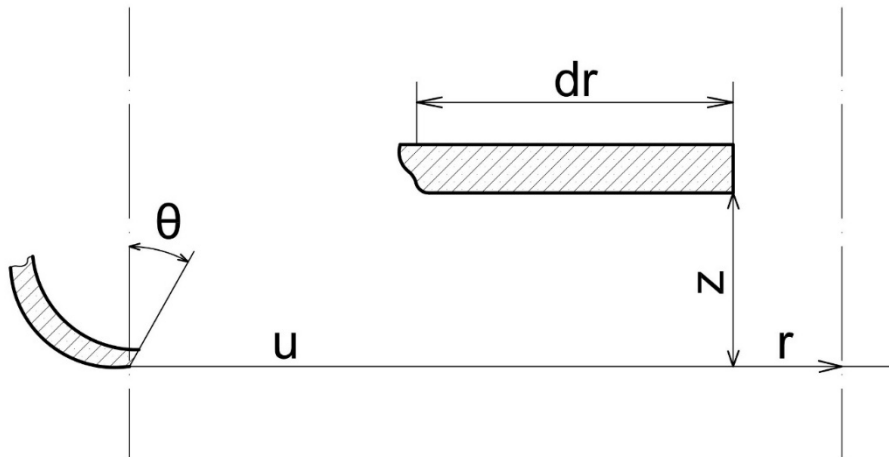


Рис. 5.4. Елемент осьового перерізу пластини теплообмінника

Розглянемо елемент осьового перерізу пластини (рис. 5.4) в точці z довжиною dr . В точці пластини на відстані z від нижньої поверхні, як видно з рис. 5.4, радіальне переміщення визначається формулою $u_z = u - z\theta$, де θ – кут повороту нормалі до поверхні пластини.

Оскільки кут θ у відповідності з рис. 5.5 визначається виразом $\theta = -dW / dr$, то радіальне подовження ε_r і колове подовження ε_θ визначаються виразами

$$\varepsilon_r = \frac{du_z}{dr} = \frac{du}{dr} - z \frac{d\theta}{dr}, \quad (5.79)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{u_z}{r} = \frac{u}{r} - z \frac{\theta}{r}.$$

Для подальшого аналізу необхідно встановити зв'язок між деформаціями та напруженнями, які в наближенні плоского напруженого стану в декартовій системі координат мають вигляд [107]

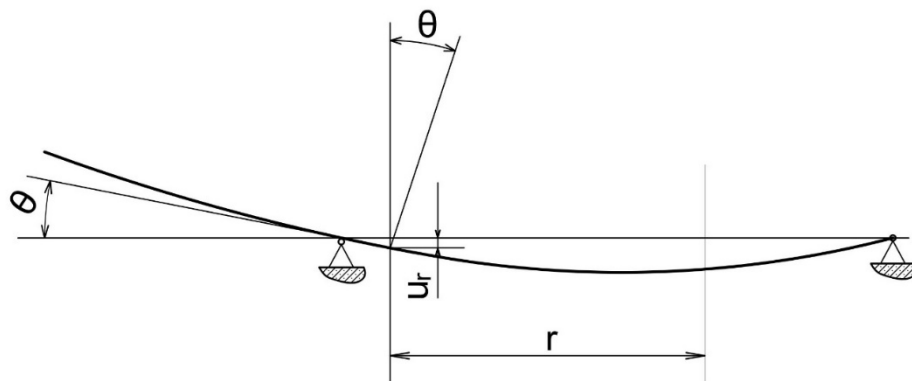


Рис. 5.5. Графік залежності кута повороту нормалі до поверхні пластини від радіуса

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\varepsilon_i}{\sigma_i} \left(\sigma_x - \frac{1}{2} \sigma_y \right), \quad \varepsilon_y = \frac{\varepsilon_i}{\sigma_i} \left(\sigma_y - \frac{1}{2} \sigma_x \right), \quad g_{xy} = \frac{3\varepsilon_i}{\sigma_i} \tau_{xy}, \\ \text{де} \quad \varepsilon_i &= \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\varepsilon_x^2 + \varepsilon_x \varepsilon_y + \varepsilon_y^2 + \frac{1}{4} g_{xy}^2}, \end{aligned} \quad (5.80)$$

а величина σ_i визначається залежно від ε_i по діаграмах розтягування.

Після перетворювання формули (5.80) отримуємо

$$\sigma_x = \frac{4}{3} \cdot \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \left(\varepsilon_x + \frac{1}{2} \varepsilon_y \right), \quad \sigma_y = \frac{4}{3} \cdot \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \left(\varepsilon_y + \frac{1}{2} \varepsilon_x \right), \quad \tau_{xy} = \frac{4}{3} \cdot \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \cdot \frac{g_{xy}}{4}. \quad (5.81)$$

У координатах (r, θ) зв'язки між напруженнями і деформаціями внаслідок ортогональності системи координат r, θ можуть бути представлені по аналогії з формулою (81) у вигляді

$$\sigma_r = \frac{4}{3} \cdot \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \left(\varepsilon_r + \frac{1}{2} \varepsilon_\theta \right), \quad \sigma_\theta = \frac{4}{3} \cdot \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \left(\varepsilon_\theta + \frac{1}{2} \varepsilon_r \right), \quad \varepsilon_i = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\varepsilon_r^2 + \varepsilon_r \varepsilon_\theta + \varepsilon_\theta^2}. \quad (5.82)$$

Розглянемо елемент пластини в точці a , виділений двома круговими перерізами радіуса r і $r + dr$ і осьовими перерізами u і $\varphi + \Delta\varphi$ (рис. 5.6), де розмірність нормальних (N_r, N_θ) і поперечної Q сил визначається на одиницю довжини перерізів. Проектуючи сили на вертикальну вісь, знаходимо розподіл поперечної сили з такої послідовності виразів:

$$\begin{aligned} (Q + dQ)(r + dr)d\varphi - Q_r d\varphi - P_r d\varphi dr &= 0, \\ \frac{d}{dr}(Q_r) = Pr \rightarrow Q &= \frac{Pr}{2} + \frac{c_1}{r}, \end{aligned} \quad (5.83)$$

де $c_1 \equiv 0$, тому що Q – обмежена функція при $r \rightarrow 0$.

Умова рівності нулю суми моментів сил відносно осі y , що проходить через точку приведення,

$$(M_r + dM_r)(r + dr)d\varphi - M_r r d\varphi - M_\theta dr d\varphi + Q r d\varphi dr = 0$$

призводить до такого рівняння для моментів M_r, M_θ :

$$\frac{d}{dr}(M_r r) - M_\theta = -Q_r \rightarrow \frac{d}{dr}(M_r r) - M_\theta = -\frac{P_r^2}{2}. \quad (5.84)$$

Залежність сил N_r, N_θ і моментів M_r, M_θ від напружень визначається інтегральними співвідношенням

$$N_r = \int_0^h \sigma_r dz, \quad N_\theta = \int_0^h \sigma_\theta dz, \quad M_r = -\int_0^h \sigma_r (z-a) dz, \quad M_\theta = -\int_0^h \sigma_\theta (z-a) dz, \quad (5.85)$$

де h – товщина пластини, z – поточна координата, відрахована від нижньої грані пластини, a – координата точки приведення.

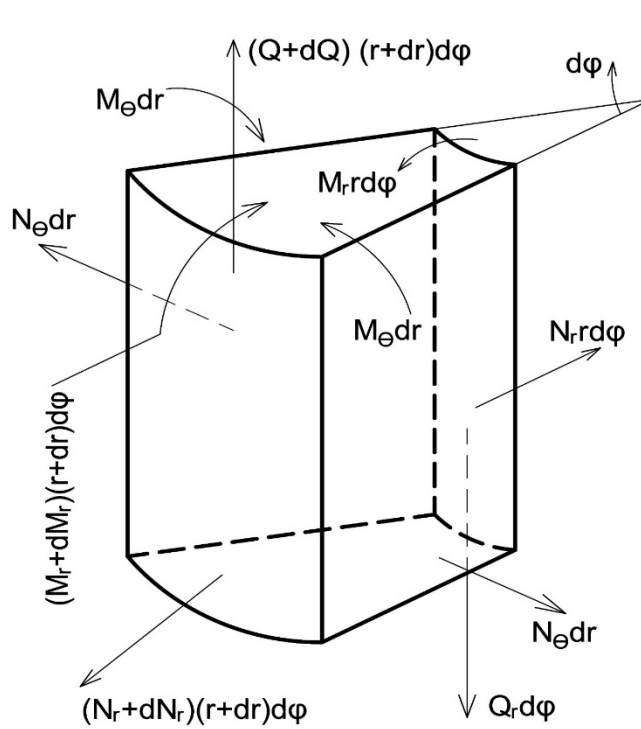


Рис. 5.6. Графічне зображення елемента пластини

Проектуючи сили на напрямок радіуса, отримуємо рівняння

$$\frac{d}{dr}(N_r r) - N_\theta = 0. \quad (5.86)$$

В подальшому схема розрахунку, розроблена в [107], може бути спрощена вибором радіального переміщення u на нижній поверхні пластини у вигляді

$$u = A\theta, \quad A = \text{const}, \quad (5.87)$$

де θ – кут повороту нормалі (рис. 5.5).

Підставляючи (5.87) у формули (5.79), отримуємо

$$\varepsilon_r = (A-z) \frac{d\theta}{dr}, \quad \varepsilon_\theta = (A-z) \frac{\theta}{r}. \quad (5.88)$$

Оскільки інтегральні нормальні сили N_r , N_θ для всієї пластини дорівнюють нулю і визначаються згідно з виразами (5.82), (5.85), (5.88) формулами

$$N_r = \frac{4}{3} \left(\frac{d\theta}{dr} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\theta}{r} \right) \int_0^h \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} (A-z) dz = 0,$$

$$N_{\theta} = \frac{4}{3} \left(\frac{\theta}{r} + \frac{1}{2} \cdot \frac{d\theta}{dr} \right) \int_0^h \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} (A - z) dz = 0,$$

то

$$\int_0^h \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} (A - z) dz = 0,$$

звідки

$$A = \frac{\int_0^h \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} z dz}{\int_0^h \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} dz},$$

і якщо $\frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \approx const$, то $A \approx h/2$.

Якщо відома величина A , то за формулами (5.87) можна визначити ε_r , ε_{θ} залежно від геометричних і пружних характеристик пластини. Наклавши на них обмеження за герметичністю, можна визначити допустиме значення параметрів пластини.

Але в рівнянні (5.88) невідомою вважається величина θ , яку можна визначити за функцією прогину ω . Приймаючи функцію ω у вигляді $\omega = \omega_m \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)^2$, де ω_m – максимальний прогин у центрі пластини, отримуємо такі формули:

$$\begin{aligned} \omega &= D_1 \left(11 - 14 \frac{r^2}{R^2} + 3 \frac{r^4}{R^4} \right), \quad D_1 = \frac{\omega_m}{11}, \\ \varepsilon_r &= (A - z) \left[\frac{\omega_m}{11R^2} \left(28 - 36 \frac{r^2}{R^2} \right) \right], \\ \varepsilon_{\theta} &= (A - z) \left[\frac{\omega_m}{11R^2} \left(28 - 12 \frac{r^2}{R^2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (5.89)$$

Своєю чергою величина ω_m та її залежність від тиску P можуть бути розраховані на основі роботи [66], згідно з якою в термінах прогинів крайова задача для прогинів вільно окресленої по краях пластини радіусу R має вигляд

$$\begin{aligned} \Delta^2 \xi &= 64\beta, \quad \beta = \frac{3P(1-\sigma^2)}{16h^3E}, \quad \Delta = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d}{dr} \right), \\ \varepsilon &= 0, \quad \frac{d^2 \xi}{dr^2} + \frac{\sigma}{r} \cdot \frac{d\xi}{dr} = 0, \quad \text{при } \xi = r = R. \end{aligned} \quad (5.90)$$

де σ – коефіцієнт Пуасона, а E – модуль Юнга.

Загальне розв'язання рівняння (5.90) представлено у вигляді

$$\xi = \beta r^4 + ar^2 + b + cr^2 \ln \frac{r}{R} + d \ln \frac{r}{R}, \quad a, b, c, d - \text{const}, \quad (5.91)$$

де необхідно припустити, що c, d дорівнюють нулю з умов обмеженості ξ в нулі ($d = 0$) і $\Delta \xi$ в нулі ($c = 0$).

Задовольняючи граничним умовам, отримуємо кінцевий вираз для функції $\xi(r)$:

$$\xi = \beta (R^2 - r^2) \left(\frac{5 + \sigma}{1 + \sigma} R^2 - r^2 \right), \quad (5.92)$$

звідки знаходимо величину $\omega_m = \xi(r = 0)$

$$\omega_m = \beta \frac{5 + \sigma}{1 + \sigma} R^4. \quad (5.93)$$

Таким чином, визначення величини ω_m дає змогу обійти громіздке інтегрування рівнянь, які містять моменти, й спростити в кінцевому підсумку методику розрахунку допустимих переміщень за заданими величинами тиску.

На завершення відмітимо, що при проведенні конкретних практичних розрахунків для виділеної трубки теплообмінника може бути врахований демпфуючий вплив інших трубок теплообмінника шляхом введення ефективного радіуса R^* пластини, що припадає на одну трубку ($R^* = \sqrt{S / \pi n}$, де S – сумарна площа трубної дошки, n – число трубок теплообмінника), а також інші умови сполучення трубних дошок з корпусом теплообмінника. Наприклад, у разі жорсткого облаштування трубної дошки з корпусом залежність $\xi(r)$ відповідно до [66] описується залежністю

$$\xi = \beta (R^2 - r^2)^2,$$

звідки випливає

$$\omega_m = \xi(r = 0) = \beta R^4. \quad (5.94)$$

Зіставлення виразів (5.93), (5.94) показує, що величина співвідношення максимальних приладів пластини в разі вільно окресленого й жорсткого облаштування змінюється від 5 при $\sigma \gg 1$ до 1 при $\sigma \gg 1$.

РОЗДІЛ 6. ЕНЕРГЕТИЧНІ МОДЕЛІ ВНУТРІШНЬОГО ТЕРТЯ Й АНАЛІЗ СТІЙКОСТІ В ЕЛЕМЕНТАХ СИСТЕМ ГЕОТЕРМАЛЬНОЇ ЕНЕРГІЇ

6.1. Енергетичні моделі внутрішнього тертя при поздовжніх коливаннях сполучених нелінійних процесів електротермопружності

Нині однією з найважливіших проблем сонячної енергетики є проблема продовження ресурсу й забезпечення надійності елементів енергетичного обладнання в умовах старіння матеріалів, схильних до комплексного впливу інтенсивних електромагнітних, механічних і теплових факторів. Найадекватнішим фізико-технічним підходом до вирішення цієї проблеми може бути використання фундаментальних результатів у галузі механіки й фізики процесів внутрішнього тертя, одержаних у школах Г. С. Писаренко, В. С. Постникова, Я. Г. Пановко та ін. При цьому необхідно, однак, зауважити, що в основних класичних роботах Максвелла, Фойгта, Зинера, Кельвіна й низки інших авторів, основна увага все-таки приділялася механічним аспектам внутрішнього тертя, хоча з погляду фізики процесів внутрішнього тертя в разі нелінійної постановки природно було б вважати такі механічні характеристики, як коефіцієнт внутрішнього тертя й модуль пружності, величинами, що залежать від механічних змінних і температури або залежать від температури. Природно, що врахування залежності механічних характеристик від температури призводить до пов'язаних і нелінійних завдань термопружності або, в загальному випадку, електротермопружності в разі врахування омічного тепловиділення [108-110].

Переходячи до постановки описаної нижче задачі про внутрішнє тертя при залежності механічних характеристик від температури, відзначимо, що її розв'язання й аналіз доцільно зіставляти з класичною задачею про внутрішнє тертя, що можна виконати в межах методів теорії збурень.

Отже, виходячи зі сказаного вище, розглянемо таку нелінійну пов'язану модель внутрішнього тертя при поздовжніх коливаннях, що описується системою рівнянь

$$\rho F \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial N}{\partial x}, \quad N = kF \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} + EF \frac{\partial u}{\partial x}, \quad k = k(T), \quad E = E(T); \quad (6.1)$$

$$\rho c_v \frac{\partial T}{\partial t} - \lambda \Delta T + q \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \vec{u}) = f, \quad f = f(T), \quad q = \frac{c_p - c_v}{\alpha}. \quad (6.2)$$

Тут – компонента вектора зсувів \bar{u} вздовж осі x ; N – компонента напруги вздовж осі x ; T – температура; f – функція щільності тепловиділення; t – час; ρ – густина середовища; F – площа поперечного перерізу середовища; k – коефіцієнт внутрішнього тертя; E – модуль пружності; c_v, c_p – питомі теплоємності при постійних об'ємі й тиску; λ – коефіцієнт теплопровідності; α – коефіцієнт термічного розширення.

Для подальшого аналізу розкладемо функції $k(T), E(T), f(T)$ у ряди Тейлора по температурі T в околі $T = T_0$

$$k(T) = k_0 + \left. \frac{\partial k}{\partial T} \right|_0 \delta T, \quad E(T) = E_0 + \left. \frac{\partial E}{\partial T} \right|_0 \delta T, \quad f(T) = f_0 + \left. \frac{\partial f}{\partial T} \right|_0 \delta T, \quad \delta T = T - T_0;$$

$$k_0 = k(T = T_0), \quad E_0 = E(T = T_0), \quad f_0 = f(T = T_0), \quad (6.3)$$

$$\left. \frac{\partial k}{\partial T} \right|_0 = \frac{\partial k}{\partial T}(T = T_0), \quad \left. \frac{\partial E}{\partial T} \right|_0 = \frac{\partial E}{\partial T}(T = T_0), \quad \left. \frac{\partial f}{\partial T} \right|_0 = \frac{\partial f}{\partial T}(T = T_0). \quad (6.4)$$

Далі, згідно з теорією збурень [109], розв'язуватимемо систему рівнянь (6.1), (6.2) у вигляді

$$\bar{u} = \bar{u}_0 + \delta \bar{u}, \quad u = u_0 + \delta u, \quad N = N_0 + \delta N, \quad T = T_0 + \delta T, \quad (6.5)$$

що з урахуванням (6.4) призводить до таких систем рівнянь для нульового

$$\rho c_v \frac{\partial T_0}{\partial t} - \lambda \Delta T_0 + q \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial u_0}{\partial x} \right) = f_0 \quad (6.6)$$

і першого наближень

$$\rho F \frac{\partial^2(\delta u)}{\partial t^2} = \frac{\partial(\delta N)}{\partial x}, \quad \delta N = k_0 F \frac{\partial^2(\delta u)}{\partial x \partial t} + E_0 F \frac{\partial(\delta u)}{\partial x} + F \left[\left. \frac{\partial k}{\partial T} \right|_0 \frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial t} + \left. \frac{\partial E}{\partial T} \right|_0 \frac{\partial u_0}{\partial x} \right] \delta T, \quad (6.7)$$

$$\rho c_v \frac{\partial(\delta T)}{\partial t} - \lambda \Delta(\delta T) + q \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial(\delta u)}{\partial x} \right) = \left. \frac{\partial f}{\partial T} \right|_0 \delta T. \quad (6.8)$$

Зауважимо, що в тому разі, коли залежності $k(T), E(T)$ апроксимуються лінійними функціями температури у вигляді

$$k(T) = k_0 [1 + \gamma(T - T_0)], \quad E(T) = E_0 [1 + \varepsilon(T - T_0)], \quad \gamma, \varepsilon - \text{const}, \quad (6.9)$$

вирази для $\left. \frac{\partial k}{\partial T} \right|_0, \left. \frac{\partial E}{\partial T} \right|_0$ набувають вигляду

$$\left. \frac{\partial k}{\partial T} \right|_0 = k_0 \gamma, \quad \left. \frac{\partial E}{\partial T} \right|_0 = E_0 \varepsilon. \quad (6.10)$$

Зіставляючи системи (6.1), (6.6) і (6.7), (6.8), бачимо їх принципову відмінність, яка полягає в тому, що в нульовому наближенні динаміка механічних коливань не залежить від просторово-часового розподілу температури, тоді як у (6.7), (6.8) вони є взаємопов'язаними при ненульових флуктуаціях температури. Видно також, що при $\delta T = 0$ структура системи рівнянь для збурень повністю повторює структуру рівнянь для u_0, N_0 , тоді як при $\delta T \neq 0$ виявляється неможливим виключити δT з рівняння (6.7) із залученням рівняння (6.8). Таку процедуру можна виконати в (ω, \vec{k}) -наближенні, представивши збурення $\delta u, \delta N, \delta T$ у вигляді

$$\delta u = \delta u_a \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r} + i\omega t), \quad \delta N = \delta N_a \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r} + i\omega t), \quad \delta T = \delta T_a \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r} + i\omega t), \quad i^2 = -1,$$

де $\vec{k} = k_x \vec{i} + k_y \vec{j} + k_z \vec{k}$ – хвильовий вектор з компонентами k_x, k_y, k_z уздовж осей x, y, z ; $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – орти вздовж осей x, y, z ; ω – частота збурень; $\delta u_a, \delta N_a, \delta T_a$ – амплітуди збурень, які також, як і частота ω , передбачаються в подальшому функціями, що мало змінюються в порівнянні з $\exp(i\vec{k} \cdot \vec{r} + i\omega t)$.

З урахуванням сказаного вище, при $\delta T = 0$ приходимо до системи рівнянь

$$\rho F \frac{\partial^2(\delta u)}{\partial t^2} = \frac{\partial(\delta N)}{\partial x}, \quad \delta N = k_0 F \frac{\partial^2(\delta u)}{\partial x \partial t} + E_0 F \frac{\partial(\delta u)}{\partial x}, \quad (6.11)$$

яка перетворюється до дисперсійного рівняння виду

$$a\omega^2 + \dot{b}\omega + \dot{c} = 0; \quad a = 1; \quad \dot{b} = b_r + ib_i, \quad b_r = 0, \quad b_i = (k_0/\rho)k_x^2; \\ \dot{c} = c_r + ic_i, \quad c_r = -(E_0/\rho)k_x^2, \quad c_i = 0. \quad (6.12)$$

У загальному випадку при $\delta T \neq 0$, а також при виконанні умови

$$\left. \frac{\partial k}{\partial T} \right|_0 \frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial t} + \left. \frac{\partial E}{\partial T} \right|_0 \frac{\partial u_0}{\partial x} \neq 0 \quad (6.13)$$

в (ω, \vec{k}) -наближенні приходимо до системи рівнянь

$$\rho F \omega^2 \delta u = -ik_x \delta N, \quad (6.14)$$

$$\delta N = F[k_0 k_x \omega + iE_0 k_x] \delta u + F \left[\left. \frac{\partial k}{\partial T} \right|_0 \frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial t} + \left. \frac{\partial E}{\partial T} \right|_0 \frac{\partial u_0}{\partial x} \right] \delta T, \quad (6.15)$$

$$\delta T = \frac{qk_x \omega}{\left(\left. \frac{\partial f}{\partial T} \right|_0 - \lambda \vec{k}^2 \right) + i\rho c_v \omega} \delta u. \quad (6.16)$$

Із (6.16) видно, що в адіабатичному наближенні, нехтуючи теплопровідністю, яка при $\left. \frac{\partial f}{\partial T} \right|_0 > 0$ стабілізує розвиток нестійкості перегріву, а також при незалежній щільності джерел тепловиділення, які не пов'язані з перетворенням механічної енергії на теплоту, при $\lambda \bar{k}^2 \rightarrow 0$ рівняння (6.16) перетворюється до вигляду

$$\delta T = -i(qk_x / \rho c_v) \delta u. \quad (6.17)$$

При цьому зв'язок δN з δu визначається співвідношенням

$$\delta N = Fk_0 k_x \omega \delta u + iFE_{0\text{eff}} k_x \delta u, \\ E_{0\text{eff}} = E_0 - \Delta E, \quad \Delta E = \left[\frac{\partial k}{\partial T} \bigg|_0 \frac{\partial^2 u_0}{\partial x \partial t} + \frac{\partial E}{\partial T} \bigg|_0 \frac{\partial u_0}{\partial x} \right] (q / \rho c_v). \quad (6.18)$$

Зауважимо також, що співвідношення (6.15), (6.16) виконуються й за умови

$$\left. \frac{\partial f}{\partial T} \right|_0 = \lambda \bar{k}^2, \quad (6.19)$$

яка є характерною для процесів теплопровідності без урахування роботи механічних сил (при $q = 0$). Особливістю співвідношень (6.18, 6.19) є те, що вони є граничними стосовно поділу режимів теплопровідності на стійкі й нестійкі з експоненціальною в часі зміною збурень, оскільки в цьому разі частота температурних збурень ω визначається виразом

$$\omega = iD, \quad D = \left(\left. \frac{\partial f}{\partial T} \right|_0 - \lambda \bar{k}^2 \right) / \rho c_v. \quad (6.20)$$

Аналіз показує, що збурення температури є зміщеними відносно збурень зміщень на кут $\pi/2$ і їхній вплив в адіабатичному наближенні проявляється в зміні величини модуля пружності, яка позначається на величині коефіцієнта c_r , котрий своєю чергою визначає характер розвитку можливих нестійкостей і динаміки зміни збурень у часі. Необхідно також відзначити ту обставину, що знак ΔE , який визначає збільшення або зменшення демпферних характеристик середовища в збурених переміщеннях унаслідок нелінійних залежностей k і E від T , залежить не тільки від характеру залежностей $k(T)$, $E(T)$, але й також від виду незбуреного переміщення $u_0(x, t)$.

У загальному випадку кінцевих значень λ в (ω, \bar{k})

$(\omega, \bar{k}) = 0$ є кубічним за ω , що, вносить нові особливості в аналіз стійкості по відношенню до малих збурень. З іншого боку, дисперсійне рівняння $\omega(\bar{k}) = 0$ у цьому разі можна розглядати і як рівняння другого порядку за ω , проте з ефективними значеннями коефіцієнта тертя й пружності, що

залежать від комплексної в загальному випадку частоти ω і хвильового вектора \vec{k} .

На завершення відзначимо, що підхід, аналогічний запропонованому вище, може бути використаний для задач скручення й вигинання, а також зосереджених за механічною складовою моделей для представлення рівняння теплопровідності в розподілених і зосереджених параметрах.

Результати роботи по розділу доповідались і обговорювались на міжнародних науково-технічних конференціях.

6.2. Особливості динаміки електромеханічних систем з нелінійним електромеханічним навантаженням

У низці робіт [111 - 115] виконано детальний аналіз динаміки електромеханічних систем з урахуванням тертя, одним з результатів якого є висновок про те, що для виникнення нестійкості, зокрема автоколивального типу, в системі «електропривід – механічне фрикційне навантаження» необхідною умовою є спадання залежності моменту опору від частоти обертання ротора приводу. Для багатьох практичних застосувань, зокрема з використанням електромеханічних систем для приводу відцентрових теплообмінних апаратів (ТА; проміжний ТА в геліосистемі), режим автоколивань є сприятливим як стосовно забезпечення вищих значень коефіцієнта тепловіддачі [115], так і щодо диспергування рідини [116 - 119]. Оскільки в такому разі навантаження приводу має гідромеханічний характер з падінням тиску в гідравлічних трактах теплообмінних апаратів приблизно пропорційно квадрату витрати рідини [116], то залежність моменту опору на валу електропривода M від частоти обертання ротора ω також має квадратичний характер, що зростає з ω . У зв'язку з цим виникає задача пошуку таких параметрів електромеханічної системи, при яких виникає можливість її роботи в режимі автоколивань.

Спочатку розглянемо найпростішу математичну модель електромеханічної системи, що описується такими рівняннями:

$$\begin{aligned} I \frac{d\omega}{dt} &= M_n - M_c(\omega), \quad M_n = k_m \Phi i, \\ u &= e + L \frac{di}{dt} + Ri, \quad e = k_e \Phi \omega. \end{aligned} \quad (6.21)$$

Тут I

t – час; i – струм якоря; u – напруга на обмотці якоря; e – електрорушійна сила якоря; Φ – магнітний потік обмотки збудження; M_n – момент на валу електродвигуна; L, R – індуктивність і активний опір обмотки якоря; k_m, k_e – деякі кое-

фіцієнти електродвигуна, які пов'язують електродинамічний момент на валу двигуна і е. р. с. якоря з електричними параметрами двигуна ($k_m, k_e - const$); $u, \Phi, L, R - const$.

Для аналізу стійкості системи, що описується рівнянням (6.21), представимо функції ω, i у вигляді

$$\begin{aligned}\omega &= \omega_0 + \delta\omega, \quad \delta\omega = \delta\omega_a \exp(-jft), \\ i &= i_0 + \delta i, \quad \delta i = \delta i_a \exp(-jft), \quad j^2 = -1,\end{aligned}\tag{6.22}$$

де ω_0, i_0 – параметри незбуреного стану; $\delta\omega, \delta i$ – збурення; f – частота збурень; $\delta\omega_a, \delta i_a$ – амплітуди збурень.

Для аналізу надалі необхідно розкласти функцію $M_c(\omega)$ у ряд Тейлора по малих збуреннях $\delta\omega$, обмежуючись лінійним наближенням

$$\begin{aligned}M_c(\omega) &= M_{c0} + \left. \frac{\partial M_c}{\partial \omega} \right|_0 \delta\omega + 0(\delta\omega)^2, \\ M_{c0} &= M_c(\omega = \omega_0), \\ \left. \frac{\partial M_c}{\partial \omega} \right|_0 &= \left. \frac{\partial M_c}{\partial \omega} \right|_0(\omega = \omega_0).\end{aligned}\tag{6.23}$$

Підставляючи вирази (6.22), (6.23) у (6.21), одержуємо систему рівнянь для повільного незбуреного руху

$$\begin{aligned}I \frac{d\omega_0}{dt} &= k_m \Phi i_0 - M_{c0}, \\ u &= k_e \Phi \omega_0 + L \frac{di_0}{dt} + R i_0\end{aligned}\tag{6.24}$$

і збурень $\delta\omega, \delta i$

$$\begin{aligned}I \frac{d(\delta\omega)}{dt} &= \left. \frac{\partial M_c}{\partial \omega} \right|_0 \delta\omega + k_m \Phi \delta i, \\ L \frac{d(\delta i)}{dt} &= -R \delta i - k_e \Phi \delta\omega.\end{aligned}\tag{6.25}$$

Із (6.25) випливає така система алгебраїчних рівнянь для частоти збурень $f, \delta\omega, \delta i$:

$$\begin{aligned}jfI \delta\omega &= \left. \frac{\partial M_c}{\partial \omega} \right|_0 \delta\omega - k_m \Phi \delta i, \\ jfL \delta i &= R \delta i + k_e \Phi \delta\omega,\end{aligned}\tag{6.26}$$

яка перетворюється шляхом вилучення з (6.26) збурень $\delta\omega, \delta i$ до алгебраїчного рівняння другого порядку відносно f :

$$\begin{aligned}
af^2 + bf + c &= 0, \\
a &= LI, \quad b = \left(RI + L \frac{\partial M_c}{\partial \omega} \Big|_0 \right) j, \\
c &= - \left(R \frac{\partial M_c}{\partial \omega} \Big|_0 + k_m k_e \Phi^2 \right).
\end{aligned} \tag{6.27}$$

Корені рівняння (6.27) визначаються з виразу

$$\begin{aligned}
f_{1,2} &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{- \left(RI + L \frac{\partial M_c}{\partial \omega} \Big|_0 \right) j}{2LI} \pm \\
&\pm \frac{\sqrt{- \left(RI + L \frac{\partial M_c}{\partial \omega} \Big|_0 \right)^2 + 4LI \left(R \frac{\partial M_c}{\partial \omega} \Big|_0 + k_m k_e \Phi^2 \right)}}{2LI}.
\end{aligned} \tag{6.28}$$

Із (6.28) видно, що внаслідок додатності I, R, L нульове значення комплексу $RI + L \frac{\partial M_c}{\partial \omega} \Big|_0$, яке є необхідною умовою виникнення автоколивань і яке обумовлене структурою коефіцієнта b в (6.27), може здійснюватися лише при спаданні залежності $\frac{\partial M_c}{\partial \omega} \Big|_0$. Цей висновок якісно повністю узгоджується з результатами, наприклад, роботи [118] стосовно автоколивань в електромеханічних системах із сухим тертям у режимі проковзування. Виникнення автоколивань з частотою, яка визначається, відповідно до (6.28), з виразу

$$f_{1,2} = \sqrt{-c/a} = \sqrt{\left(R \frac{\partial M_c}{\partial \omega} \Big|_0 + k_m k_e \Phi^2 \right) / LI}, \tag{6.29}$$

у системі з гідромеханічним навантаженням є винятковим, оскільки зазвичай гідравлічний опір збільшується зі зростанням швидкості руху рідини.

Слід відзначити, що режими з $\frac{\partial M_c}{\partial \omega} \Big|_0 < 0$ можуть виникати в гідромеханіці, наприклад, у разі зриву прошарку на межі й утворенні парогазових областей у гідравлічних трактах [119]. Однак у цих випадках можливе інтегральне зменшення коефіцієнта тепловіддачі в приграничних прошарках, що може врешті нівелювати збільшення цього, одного з основних для теплообмінних апаратів, параметра при автоколивальному режимі обертання ротора приводу і, відповідно, руху рідини в гідравлічних трактах теплообмінників.

З огляду на сказане вище виникає необхідність аналізу можливості виникнення автоколивальних режимів у системі через використання додаткових, нелінійних по суті, зв'язків у колі живлення електромеханічної системи, зокрема природної залежності магнітного потоку Φ від струму збудження системи i_e . Оскільки струм збудження i_e пов'язаний зі струмом якоря i , то залежність $\Phi(i_e)$ може бути перетворена на залежність $\Phi(i)$, яка при аналізі стійкості в малому представляється у формі, аналогічній (6.23):

$$\begin{aligned}\Phi(i) &= \Phi_0 + \left. \frac{\partial \Phi}{\partial i} \right|_0 \delta i + 0(\delta i)^2, \\ \Phi_0 &= \Phi(i = i_0), \quad \left. \frac{\partial \Phi}{\partial i} \right|_0 = \left. \frac{\partial \Phi}{\partial i} \right|_0 (i = i_0).\end{aligned}\quad (6.30)$$

З урахуванням (6.30) система диференціальних рівнянь для збурень $\delta\omega$, δi набуває вигляду

$$\begin{aligned}I \frac{d(\delta\omega)}{dt} &= \left. \frac{\partial M_c}{\partial \omega} \right|_0 \delta\omega + k_m \left(\Phi_0 + i_0 \left. \frac{\partial \Phi}{\partial i} \right|_0 \delta i \right), \\ L \frac{d(\delta i)}{dt} &= - \left(R + k_e \omega_0 \left. \frac{\partial \Phi}{\partial i} \right|_0 \right) \delta i - k_e \Phi_0 \delta\omega\end{aligned}\quad (6.31)$$

і зводиться до такої системи алгебраїчних рівнянь для $\delta\omega$, δi і f :

$$\begin{aligned}jIf \delta\omega &= \left. \frac{\partial M_c}{\partial \omega} \right|_0 \delta\omega - k_m \left(\Phi_0 + i_0 \left. \frac{\partial \Phi}{\partial i} \right|_0 \right) \delta i, \\ jLf \delta i &= \left(R + k_e \omega_0 \left. \frac{\partial \Phi}{\partial i} \right|_0 \right) \delta i + k_e \Phi_0 \delta\omega.\end{aligned}\quad (6.32)$$

У підсумку рівняння для частоти збурень f набуває вигляду

$$\begin{aligned}af^2 + bf + c &= 0, \\ a &= LI, \quad b = \left(IR + L \left. \frac{\partial M_c}{\partial \omega} \right|_0 + k_e I \omega_0 \left. \frac{\partial \Phi}{\partial i} \right|_0 \right) j, \\ c &= - \left(R + k_e \omega_0 \left. \frac{\partial \Phi}{\partial i} \right|_0 \right) \left. \frac{\partial M_c}{\partial \omega} \right|_0 - k_e k_m \Phi_0 \left(\Phi_0 + i_0 \left. \frac{\partial \Phi}{\partial i} \right|_0 \right),\end{aligned}\quad (6.33)$$

а його корені визначаються виразом

$$\begin{aligned}f_{1,2} &= \left\{ - \left(IR + L \left. \frac{\partial M_c}{\partial \omega} \right|_0 + k_e I \omega_0 \left. \frac{\partial \Phi}{\partial i} \right|_0 \right) j \pm \right. \\ &\left. \pm \sqrt{ - \left(IR + L \left. \frac{\partial M_c}{\partial \omega} \right|_0 + k_e I \omega_0 \left. \frac{\partial \Phi}{\partial i} \right|_0 \right)^2 + 4LI \left[\left(R + k_e \omega_0 \left. \frac{\partial \Phi}{\partial i} \right|_0 \right) \left. \frac{\partial M_c}{\partial \omega} \right|_0 + k_e k_m \Phi_0 \left(\Phi_0 + i_0 \left. \frac{\partial \Phi}{\partial i} \right|_0 \right) \right] } \right\} / 2LI.\end{aligned}\quad (6.34)$$

Із (6.34) видно, що для виникнення режиму автоколивань (у випадку $b = 0$) при зростанні залежності M_c від ω ($\left. \frac{\partial M_c}{\partial \omega} \right|_0 > 0$) необхідно забезпечити спадання залежності Φ від i ($\left. \frac{\partial \Phi}{\partial i} \right|_0 < 0$), оскільки при $b = 0$ має виконуватись умова

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial i} \right|_0 = - \left(IR + L \left. \frac{\partial M_c}{\partial \omega} \right|_0 \right) / k_e I \omega_0. \quad (6.35)$$

Окрім того, згідно з (6.16), для забезпечення додатності підкореневого виразу в (6.16) при $b = 0$ необхідно забезпечити додатність комплексу $-c/a$, з чого випливає необхідність виконання такого обмеження на $\left. \frac{\partial \Phi}{\partial i} \right|_0$:

$$R \left. \frac{\partial M_c}{\partial \omega} \right|_0 + k_e k_m \Phi_0^2 > - \left(k_e \omega_0 \left. \frac{\partial M_c}{\partial \omega} \right|_0 + k_e k_m i_0 \Phi_0 \right) \left. \frac{\partial \Phi}{\partial i} \right|_0. \quad (6.36)$$

Добре відомо, що для магнітних систем, які живляться струмом збудження i_3 , залежність $\Phi(i_3)$ завжди зростає (з насиченням при великих значеннях i_{30}). Тому для виконання умов (6.35), (6.36) необхідні такі зв'язки між i та i_3 , які б забезпечували спадання зміни i_3 зі зростанням i .

З наведених вище залежностей випливає висновок про те, що на умови виникнення в системі «електропривід – нелінійне гідромеханічне навантаження» нестійких режимів, зокрема автоколивань, можуть впливати й інші нелінійності. До них можна віднести, наприклад, залежність приведенного моменту інерції I від частоти ω_0 (що природно відбувається в обертальних відцентрових апаратах), а також фізично здійснювані залежності індуктивності L і активного опору R від струму якоря i . Однак аналіз, виконаний з представленням функцій $I(\omega), L(i), R(i)$ у вигляді

$$\begin{aligned} I(\omega) &= I_0 + \left. \frac{\partial I}{\partial \omega} \right|_0 \delta\omega + 0(\delta\omega)^2, \\ I_0 &= I(\omega = \omega_0), \quad \left. \frac{\partial I}{\partial \omega} \right|_0 = \left. \frac{\partial I}{\partial \omega} \right|_0 (\omega = \omega_0), \\ L(i) &= L_0 + \left. \frac{\partial L}{\partial i} \right|_0 \delta i + 0(\delta i)^2, \\ L_0 &= L(i = i_0), \quad \left. \frac{\partial L}{\partial i} \right|_0 = \left. \frac{\partial L}{\partial i} \right|_0 (i = i_0), \\ R(i) &= R_0 + \left. \frac{\partial R}{\partial i} \right|_0 \delta i + 0(\delta i)^2, \\ R_0 &= R(i = i_0), \quad \left. \frac{\partial R}{\partial i} \right|_0 = \left. \frac{\partial R}{\partial i} \right|_0 (i = i_0) \end{aligned} \quad (6.37)$$

показує, що ці нелінійності відіграють пасивну роль, оскільки в цьому разі структура рівнянь (6.25 – 6.27) і (6.31 – 6.33) не змінюється. Вони зберігають свій вигляд зі зміною I на $I_0 + \omega \frac{\partial I}{\partial \omega} \Big|_0$, L на $L_0 + i_0 \frac{\partial L}{\partial i} \Big|_0$ і R на $R_0 + i_0 \frac{\partial R}{\partial i} \Big|_0$.

Зазначимо, що розглянута з урахуванням залежності Φ від i можливість виникнення автоколиваний у системі «електропривід – гідромеханічне навантаження» зі зростанням залежності M_c від ω не є єдиною. Вони можуть також виникнути в тих випадках, коли механічні характеристики системи L , M_c залежать не лише від частоти ω , але й від кута повороту φ [113]. У цьому разі необхідно використати розкладання

$$\begin{aligned}
 I(\omega, \varphi) &= I_0 + \frac{\partial I}{\partial \omega} \Big|_0 \delta\omega + \frac{\partial I}{\partial \varphi} \Big|_0 \delta\varphi, \quad I_0 = I(\omega = \omega_0, \varphi = \varphi_0), \\
 \frac{\partial I}{\partial \omega} \Big|_0 &= \frac{\partial I}{\partial \omega}(\omega = \omega_0, \varphi = \varphi_0), \quad \frac{\partial I}{\partial \varphi} \Big|_0 = \frac{\partial I}{\partial \varphi}(\omega = \omega_0, \varphi = \varphi_0), \\
 M_c(\omega, \varphi) &= M_{c0} + \frac{\partial M_c}{\partial \omega} \Big|_0 \delta\omega + \frac{\partial M_c}{\partial \varphi} \Big|_0 \delta\varphi, \quad M_{c0} = M_c(\omega = \omega_0, \varphi = \varphi_0), \\
 \frac{\partial M_c}{\partial \omega} \Big|_0 &= \frac{\partial M_c}{\partial \omega}(\omega = \omega_0, \varphi = \varphi_0), \quad \frac{\partial M_c}{\partial \varphi} \Big|_0 = \frac{\partial M_c}{\partial \varphi}(\omega = \omega_0, \varphi = \varphi_0) \quad (6.38)
 \end{aligned}$$

і доповнити рівняння зміни частоти й струму i рівнянням $\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \omega$, що збільшує на порядок систему диференціальних рівнянь динаміки й алгебраїчне рівняння для частоти f .

Інша можливість виникнення автоколиваний у системі, яка розглядається, пов'язана з додаванням до кола живлення електродвигуна ємності C , що підключається паралельно чи послідовно індуктивності L [120 - 122]. У цьому разі рівняння динаміки системи доповнюються диференціальним рівнянням $i_c = C \frac{du_c}{dt}$, що пов'язує струм через ємність i_c з напругою на ємності u_c , а рівняння для частоти f набуває вигляду алгебраїчного рівняння третього порядку.

Нарешті, враховуючи обидва названі фактори, одержимо рівняння четвертого порядку відносно f , аналіз коренів якого дає змогу розглянути можливі нестійкості, у тому числі автоколивального типу.

6.3. Аналіз теплогідравлічних збурень у теплогідравлічних трактах геотермальних систем

Розглянуті в (6.1, 6.2) моделі доцільно доповнити аналізом особливостей теплогідравлічних процесів під час руху рідинного або повітряного теплоносія в теплогідравлічних трактах геотермальних енергетичних систем. Це пов'язано з тим,

що наявність теплогідродинамічних збурень у рухомій рідині може призводити до суттєвого збільшення локальних та інтегральних параметрів тепло- і масопереносу як в об'ємі рідини, так і в ділянці приграничного шару, що є важливим для багатьох енергетичних пристроїв і технологічних процесів [118, 119].

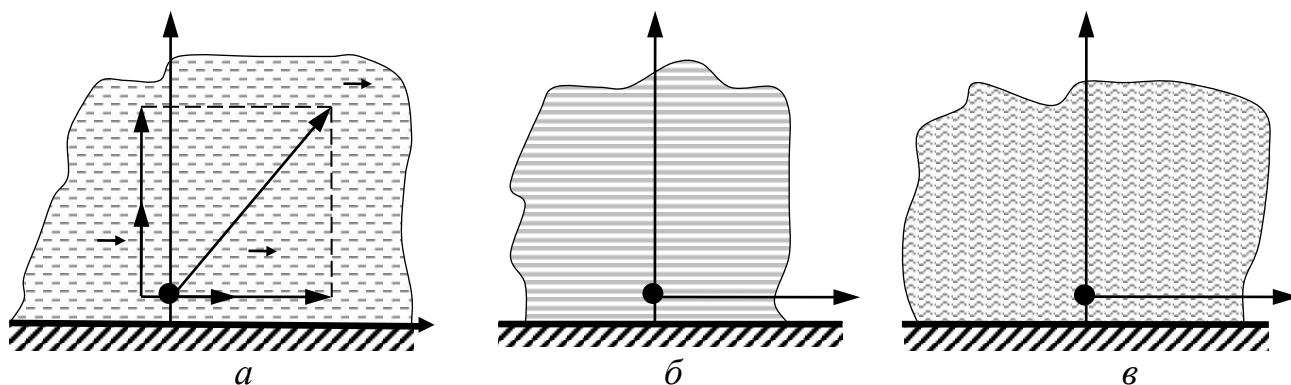


Рис. 6.1. Система рівнянь: *а* – нестационарного приграничного шару;
б – нестійкості типу розшарування вздовж осі *x*;
в – нестійкості типу розшарування вздовж осі *y*

Зазвичай аналіз стійкості й розвитку гідродинамічних збурень, а також пов'язаних з ними температурних і концентраційних збурень, здебільшого полягає в дослідженні стійкості на основі розв'язання спектральних задач на визначення власних значень і власних функцій крайових задач для просторової складової амплітуди збурень. У багатьох випадках, наприклад у дослідженні просторово неоднорідних розподілених процесів, розв'язання такого роду задач є складним, а використання чисельних методів далеко на завжди призводить до фізично досяжних результатів. Тому пропонується дещо інший підхід до розв'язання задачі стійкості малих теплогідродинамічних збурень у рухомій рідині, в основі якого лежить добре відоме з фізичних задач [123, 124] припущення про те, що просторова структура збурень задається хвильовим вектором \vec{k} з постійними компонентами в усьому просторі, а частота збурень ω та їх амплітуда є функціями, які слабо змінюються порівняно зі змінами, що задаються функцією $\exp(i\vec{k} \cdot \vec{r} - i\omega t)$, $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{l}$.

Розглянемо у зв'язку зі сказаним і згідно з [116, 117] таку систему рівнянь нестационарного приграничного шару (рис. 6.1), яка включає:

- рівняння безперервності

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0; \quad (6.39)$$

- рівняння руху

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right); \quad (6.40)$$

• рівняння енергії

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} \quad (6.41)$$

• і рівняння стану $p = \rho RT$. (6.42)

Тут c_p – питома теплоємність ($c_p = const$): ρ, λ, μ – відповідно щільність, теплопровідність і в'язкість рідини ($\rho = \rho(T), \lambda = \lambda(T), \mu = \mu(T)$); u, v – компоненти швидкості рідини вздовж осей x, y ; T – температура; p – тиск; R – універсальна газова стала. Відзначимо, що в рівнянні (6.41), враховано перенесення тепла теплопровідністю вздовж осі x .

Для подальшого (лінійного по збуреннях) аналізу розкладемо з точністю $0(\delta T)^2$ функції $\rho(T), \mu(T), \lambda(T)$ в ряд Тейлора по δT в околі $T = T_0$

$$\begin{aligned} \rho(T) &= \rho_0 + \left. \frac{\partial \rho}{\partial T} \right|_0 \delta T, & \rho_0 &= \rho(T = T_0), & \left. \frac{\partial \rho}{\partial T} \right|_0 &= \left. \frac{\partial \rho}{\partial T} \right|_0 (T = T_0); \\ \mu(T) &= \mu_0 + \left. \frac{\partial \mu}{\partial T} \right|_0 \delta T, & \mu_0 &= \mu(T = T_0), & \left. \frac{\partial \mu}{\partial T} \right|_0 &= \left. \frac{\partial \mu}{\partial T} \right|_0 (T = T_0); \\ \lambda(T) &= \lambda_0 + \left. \frac{\partial \lambda}{\partial T} \right|_0 \delta T, & \lambda_0 &= \lambda(T = T_0), & \left. \frac{\partial \lambda}{\partial T} \right|_0 &= \left. \frac{\partial \lambda}{\partial T} \right|_0 (T = T_0) \end{aligned} \quad (6.43)$$

і представимо змінні p, ρ, u, v, T у вигляді

$$\begin{aligned} p &= p_0 + \delta p, & \delta p &= \delta p_\alpha \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r} - i\omega t), & \delta p &\ll p_0, \\ \rho &= \rho_0 + \delta \rho, & \delta \rho &= \delta \rho_\alpha \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r} - i\omega t), & \delta \rho &\ll \rho_0, \\ u &= u_0 + \delta u, & \delta u &= \delta u_\alpha \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r} - i\omega t), & \delta u &\ll u_0, \\ v &= v_0 + \delta v, & \delta v &= \delta v_\alpha \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r} - i\omega t), & \delta v &\ll v_0, \\ T &= T_0 + \delta T, & \delta T &= \delta T_\alpha \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r} - i\omega t), & \delta T &\ll T_0. \end{aligned} \quad (6.44)$$

Тут $\delta p_\alpha, \delta \rho_\alpha, \delta u_\alpha, \delta v_\alpha, \delta T_\alpha$

$\exp(i\vec{k} \cdot \vec{r} - i\omega t)$; $i^2 = -1$; $\vec{k} = k_x \vec{i} + k_y \vec{j}$ – двомірний хвильовий вектор з постійними значеннями k_x, k_y , що задає просторову структуру збурень у площині x, y

наближенні теорії збурень систему рівнянь вигляду (6.39–6.42) для $\rho_0, \rho_0, u_0, \nu_0, T_0$ у незбуреному стані і систему алгебраїчних рівнянь для $\delta p, \delta \rho, \delta u, \delta \nu, \delta T$:

$$\begin{aligned}
& (-\omega + u_0 k_x + \nu_0 k_y) \delta \rho + \rho_0 k_x \delta u + \rho_0 k_y \delta \nu = 0, \\
& \left(-i\omega \rho_0 + ik_x \rho_0 u_0 + \rho_0 \frac{\partial u_0}{\partial x} + ik_y \rho_0 \nu_0 - ik_y \frac{\partial \mu_0}{\partial y} - \mu_0 k_y^2 \right) \delta u + \rho_0 \frac{\partial u_0}{\partial y} \delta \nu = \\
& = -ik_x \delta p + \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \mu}{\partial T} \Big|_0 \frac{\partial u_0}{\partial y} \right) + ik_y \left(\frac{\partial \mu}{\partial T} \Big|_0 \frac{\partial u_0}{\partial y} \right) \right] \delta T, \\
& c_p \left(\frac{\partial T_0}{\partial t} + u_0 \frac{\partial T_0}{\partial x} + \nu_0 \frac{\partial T_0}{\partial y} \right) \delta \rho + \rho_0 c_p \frac{\partial T_0}{\partial x} \delta u + \rho_0 c_p \frac{\partial T_0}{\partial y} \delta \nu + \\
& + \rho_0 c_p (-i\omega + ik_x u_0 + ik_y \nu_0) \delta T = (-i\omega + ik_x u_0) \delta \rho + \left(2i\mu_0 k_y \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial p_0}{\partial x} \right) \delta u + \\
& + \left\{ \left[ik_y \frac{\partial \lambda_0}{\partial y} - k_y^2 \lambda_0 + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \lambda}{\partial T} \Big|_0 \frac{\partial T_0}{\partial y} \right) \right] + ik_y \frac{\partial \lambda}{\partial T} \Big|_0 \frac{\partial T_0}{\partial y} + ik_x \frac{\partial \lambda_0}{\partial x} - k_x^2 \lambda_0 + \right. \\
& \left. + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \lambda}{\partial T} \Big|_0 \frac{\partial T_0}{\partial x} \right) + ik_x \frac{\partial \lambda}{\partial T} \Big|_0 \frac{\partial T_0}{\partial x} + \frac{\partial \mu}{\partial T} \Big|_0 \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} \right)^2 \right\} \delta T, \\
& \delta p = R \rho_0 \delta T + RT_0 \delta \rho. \tag{6.45}
\end{aligned}$$

Оскільки система (6.45) є недовизначеною відносно збурень $\delta p, \delta \rho, \delta u, \delta \nu, \delta T$, то це дає змогу, послідовно виключаючи збурення в даній системі, одержати дисперсійне рівняння для частоти збурень ω у вигляді рівняння $p(\omega) = 0$, де $p(\omega) = 0$ – поліном із комплексними в загальному випадку коефіцієнтами. Природно, що при визначенні коренів рівняння $p(\omega) = 0$ для формулювання умов стійкості або при аналізі особливостей впливу тих чи інших факторів на умови виникнення різного виду нестійкостей вихідна система рівнянь (6.45) і дисперсійне рівняння $p(\omega) = 0$, що з неї випливає, можуть спрощуватись.

Так, наприклад, при допущенні $\nu_0 = 0, \frac{\partial T_0}{\partial t} = 0, \frac{\partial u_0}{\partial x} = 0, \frac{\partial T_0}{\partial x} = 0, \lambda = const$, при якому, проте, не змінюється порядок дисперсійного рівняння дана система перетворюється до вигляду:

$$\begin{aligned}
& (-\omega + k_x u_0) \delta \rho + k_x \rho_0 \delta u + k_y \rho_0 \delta \nu = 0, \\
& (-i\omega \rho_0 + ik_x \rho_0 u_0 - ik_y \frac{\partial \mu}{\partial T} \Big|_0 \frac{\partial T_0}{\partial y} - k_y^2 \mu_0) \delta u + \rho_0 \frac{\partial u_0}{\partial y} \delta \nu =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -ik_x \delta p + \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \mu}{\partial T} \Big|_0 \frac{\partial u_0}{\partial y} \right) + ik_y \left(\frac{\partial \mu}{\partial T} \Big|_0 \frac{\partial u_0}{\partial y} \right) \right] \delta T, \\
&\rho_0 c_p \frac{\partial T_0}{\partial y} \delta v + \rho_0 c_p (-i\omega + ik_x u_0) \delta T = (-i\omega + ik_x u_0) \delta p + \\
&+ (2i\mu_0 k_y \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial p_0}{\partial x}) \delta u + \left[-k_y^2 \lambda_0 - k_x^2 \lambda_0 + \frac{\partial \mu}{\partial T} \Big|_0 \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} \right)^2 \right] \delta T \\
&\delta p = \rho_0 R \delta T + RT_0 \delta \rho. \tag{6.46}
\end{aligned}$$

Навпаки, суттєве спрощення систем (6.45), (6.46) і, відповідно, рівняння $p(\omega) = 0$, що має певний фізичний інтерес, відбувається в тих випадках, коли допускаються рівними нулю збурення тих або інших параметрів. Важливо, що при цьому знижується порядок рівняння $p(\omega) = 0$, оскільки в загальному випадку для алгебраїчних рівнянь з комплексними коефіцієнтами є складнощі як у застосуванні теорії стійких многочленів [125], так і у визначенні коренів дисперсійних рівнянь з комплексними коефіцієнтами [126]. Ці названі випадки такі: 1 – $\delta p = 0$; 2 – $\delta \rho = 0$; 3 – $\delta T = 0$; 4 – $\delta u = 0$. В усіх цих випадках система (6.46) перетворюється до системи вигляду:

$$\begin{aligned}
&(\dot{e}\omega + \dot{f})\delta Y + (\dot{g}\omega + \dot{h})\delta X = 0; \\
&(\dot{k}\omega + \dot{l})\delta Y + (\dot{m}\omega + \dot{n})\delta X = 0, \tag{6.47}
\end{aligned}$$

де $\delta Y, \delta X$ – будь-яка пара ненульових збурень, а $\dot{e}, \dot{f}, \dot{g}, \dot{h}, \dot{k}, \dot{l}, \dot{m}, \dot{n}$ – комплексні в загальному випадку коефіцієнти.

Виключаючи далі з системи (6.47) $\delta Y, \delta X$, приходимо до такого рівняння другого порядку відносно ω :

$$\begin{aligned}
&\dot{a}\omega^2 + \dot{b}\omega + \dot{c} = 0; \\
&\dot{a} = (\dot{g}\dot{k} - \dot{e}\dot{m}); \dot{b} = (\dot{g}\dot{l} + \dot{h}\dot{k} - \dot{e}\dot{n} - \dot{f}\dot{m}); \dot{c} = (\dot{h}\dot{l} - \dot{f}\dot{n}). \tag{6.48}
\end{aligned}$$

З (6.47), (6.48) наочно видно, що при $\dot{g}\dot{k} - \dot{e}\dot{m} = 0$ або коли попарно коефіцієнти $\dot{g}, \dot{k}, \dot{e}, \dot{m}$ набувають нульових значень ($\dot{g} = 0, \dot{e} = 0; \dot{g} = 0, \dot{m} = 0; \dot{k} = 0, \dot{e} = 0; \dot{k} = 0, \dot{m} = 0$), частота ω визначається з простого співвідношення $\omega = -\dot{c} / \dot{b}$.

Розглянемо, як приклад аналізу стійкості запропонованим способом, випадок $\delta T = 0$, при якому система рівнянь (6.46) набуває вигляду:

$$\begin{aligned}
&(-\omega + k_x u_0) \delta \rho + k_x \rho_0 \delta u + k_y \rho_0 \delta v = 0, \\
&(-i\omega \rho_0 + ik_x \rho_0 u_0 - ik_y \frac{\partial \mu}{\partial T} \Big|_0 \frac{\partial T_0}{\partial y} - k_y^2 \mu_0) \delta u + \rho_0 \frac{\partial u_0}{\partial y} \delta v = -ik_x \delta \rho,
\end{aligned}$$

$$\rho_0 c_p \frac{\partial T_0}{\partial y} \delta v = (-i\omega + ik_x u_0) \delta p + \left(2i\mu_0 k_y \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial p_0}{\partial x} \right) \delta u,$$

$$\delta p = RT_0 \delta \rho. \quad (6.49)$$

Виключаючи з системи (6.49) збурення $\delta p, \delta v$, приходимо до системи вигляду (6.47), якщо припустити $\delta Y = \delta \rho, \delta X = \delta u$. Тоді значення коефіцієнтів $\dot{e}, \dot{f}, \dot{g}, \dot{h}, \dot{k}, \dot{l}, \dot{m}, \dot{n}$ визначаються за співвідношеннями:

$$\begin{aligned} \dot{e} &= -\frac{\partial u_0}{\partial y}, \quad \dot{f} = k_x \frac{\partial u_0}{\partial y} u_0 - ik_x k_y RT_0, \quad \dot{g} = ik_y \rho_0, \\ \dot{h} &= k_x \rho_0 \frac{\partial u_0}{\partial y} + k_y^3 \mu_0 + i \left(k_y^2 \frac{\partial \mu}{\partial T} \Big|_0 \frac{\partial T_0}{\partial y} - k_x k_y \rho_0 u_0 \right), \\ \dot{k} &= -c_p \frac{\partial T_0}{\partial y} - ik_y RT_0, \quad \dot{l} = k_x c_p \frac{\partial T_0}{\partial y} u_0 - ik_x k_y RT_0, \\ \dot{m} &= 0, \quad \dot{n} = k_x \rho_0 c_p \frac{\partial T_0}{\partial y} + k_y \frac{\partial p_0}{\partial x} + 2ik_y^2 \mu_0 \frac{\partial u_0}{\partial y}. \end{aligned} \quad (6.50)$$

Із (6.50) видно, що структура коефіцієнтів, зокрема їх нульові значення, від яких залежить можливість зниження порядку рівняння (6.48), хоча це й не є принциповим моментом аналізу, достатньо сильно залежить від значень компонент хвильового вектора \vec{k} . Зокрема, при аналізі нестійкості типу розшарування вздовж осі x ($k_x \neq 0, k_y = 0$) (рис. 6.1, б) вирази (6.50) набувають вигляду:

$$\begin{aligned} \dot{e} &= -\frac{\partial u_0}{\partial y}; \quad \dot{f} = k_x \frac{\partial u_0}{\partial y} u_0; \quad \dot{g} = 0; \quad \dot{h} = k_x \rho_0 \frac{\partial u_0}{\partial y}; \\ \dot{k} &= -c_p \frac{\partial T_0}{\partial y}; \quad \dot{l} = k_x c_p \frac{\partial T_0}{\partial y} u_0; \quad \dot{m} = 0; \quad \dot{n} = k_x \rho_0 c_p \frac{\partial T_0}{\partial y}. \end{aligned} \quad (6.51)$$

У відповідності до (6.51) значення коефіцієнтів $\dot{a}, \dot{b}, \dot{c}$ в (6.48) є:

$$\dot{a} = 0, \quad \dot{b} = -2k_x \rho_0 c_p \frac{\partial u_0}{\partial y} \frac{\partial T_0}{\partial y}, \quad \dot{c} = 0. \quad (6.52)$$

Таким чином, виявляється, що в цьому разі частота збурень ω , що визначається при $\dot{a} = 0, \dot{c} = 0$ з рівняння $\dot{b}\omega = 0$, набуває нульового значення. Це відповідає тому, що параметри структури заданих у початковий момент часу збурень не змінюються в часі, принаймні в рамках лінійного наближення теорії збурень.

У випадку розшарування по осі y ($k_y \neq 0, k_x = 0$) (рис. 6.1, в) вирази (6.50) набувають вигляду

$$\dot{e} = -\frac{\partial u_0}{\partial y}, \quad \dot{f} = 0, \quad \dot{g} = ik_y \rho_0, \quad \dot{h} = k_y^3 \mu_0 + ik_y^2 \frac{\partial \mu}{\partial T} \Big|_0 \frac{\partial T_0}{\partial y}, \quad (6.53)$$

$$\dot{k} = -c_p \frac{\partial T_0}{\partial y} - ik_y RT_0, \quad \dot{l} = 0, \quad \dot{m} = 0, \quad \dot{n} = k_y \frac{\partial p_0}{\partial x} + 2ik_y^2 \mu_0 \frac{\partial u_0}{\partial y}, \quad (6.54)$$

а значеннями \dot{a} , \dot{b} , \dot{c} в (6.48) відповідно є:

$$\begin{aligned} \dot{a} &= a_r + ia_i, \quad a_r = k_y^2 \rho_0 RT_0, \quad a_i = -k_y \rho_0 c_p \frac{\partial T_0}{\partial y}, \\ \dot{b} &= b_r + ib_i, \quad b_r = k_y \frac{\partial u_0}{\partial y} \frac{\partial p_0}{\partial x} + k_y^3 RT_0 \left. \frac{\partial \mu}{\partial T} \right|_0 \frac{\partial T_0}{\partial y} - k_y^3 c_p \mu_0 \frac{\partial T_0}{\partial y}, \\ b_i &= 2k_y^2 \mu_0 \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} \right)^2 - k_y^4 \mu_0 RT_0 - k_y^2 c_p \left. \frac{\partial \mu}{\partial T} \right|_0 \frac{\partial T_0}{\partial y}, \\ c &= 0. \end{aligned} \quad (6.55)$$

Таким чином, одним із розв'язань (6.48) є нульове значення частоти ω , а друге значення частоти $\omega = -\dot{b} / \dot{a}$ визначається з виразу

$$\omega = \omega_r + i\omega_i, \quad \omega_r = -\frac{a_r b_r + a_i b_i}{a_r^2 + a_i^2}, \quad \omega_i = -\frac{a_r b_i - a_i b_r}{a_r^2 + a_i^2}, \quad (6.56)$$

де ω_r , ω_i – дійсні числа.

При $\frac{\partial T_0}{\partial y} = 0$ маємо співвідношення

$$a_r = k_y^2 \rho_0 RT_0, \quad a_i = 0, \quad b_r = k_y \frac{\partial u_0}{\partial y} \frac{\partial p_0}{\partial x}, \quad b_i = 2k_y^2 \mu_0 \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} \right)^2, \quad (6.57)$$

відповідно до яких

$$\omega_r = \frac{\frac{\partial u_0}{\partial y} \frac{\partial p_0}{\partial x}}{k_y \rho_0 RT_0}, \quad \omega_i = \frac{2\mu_0 \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} \right)^2}{\rho_0 RT_0}. \quad (6.58)$$

Внаслідок додатності ω_i маємо нестійкий режим експоненційно-коливального зростання збурень у часі t при $\frac{\partial p_0}{\partial x} \neq 0$, який вироджується в режим чисто експоненційного зростання збурень при $\frac{\partial p_0}{\partial x} = 0$.

Аналіз стійкості процесів у рідині, що обертається, виконаний у роботах [116, 117], призводить до принципово таких же якісних результатів, а саме:

- а) дисперсійне рівняння для частоти збурень має комплексні корені;
- б) комплексний характер коренів дисперсійного рівняння визначає експоненційно-коливальний характер зміни збурень у часі з можливим виникненням автоколивальних режимів.

РОЗДІЛ 7. ДЕКАРБОНІЗАЦІЯ ТА ГЕОТЕРМАЛЬНІ ТЕПЛОНАСОСНІ СИСТЕМИ

7.1. Актуальність питань декарбонізації та децентралізації енергетики в Україні та світі

Проблема полягає в тому, що зміни клімату внаслідок антропогенно-техногенної діяльності людства стають настільки глобальними й незворотними, що навіть загрожують існуванню живих систем.

Збільшення викидів парникових газів призводить до зменшення та скорочення стратосфери. Водночас швидко відбувається потепління тропосфери, тобто нижніх шарів атмосфери. Вона розширяється, а стратосфера охолоджується й звужується. Отже, тропопауза зміщується до більших висот. Нагадаємо, що тропосфера (0...12 км), стратосфера (12...50 км), а далі мезосфера (50...80 км), термосфера (80...600 км). В результаті товщина стратосфери за 40 останніх років зменшилась на 400 м. [127].

Парниковими є гази, молекули яких містять два або більше атомів різних елементів. Збільшення концентрації парникових газів призводить до глобального потепління, тобто якщо ми будемо збільшувати виробництво, наприклад, H_2 , то, відповідно, й збільшуватимемо викиди пари H_2O . Треба пам'ятати, що водяна пара – це теж парниковий газ. Доведено, що вплив водяної пари на парниковий ефект вище, ніж вплив CO_2 . Тобто треба контролювати разом з іншими парниковими газами, й викиди водяної пари. Запобіганням викидам пари H_2O є, наприклад, градирні, конденсація на холодних стінках відповідних агрегатів, охолодження в ставках, водосховищах, озерах тощо. При цьому треба стимулювати технології, які знижують викиди не тільки CO , CO_2 , CH_4 тощо, але й пари H_2O .

На частку викопного палива припадає понад 70% викидів парникових газів. Відповідні резолюції ООН рекомендують країнам стабілізувати концентрацію парникових газів у атмосфері на такому рівні, за якого екосистеми можуть природним чином адаптуватися до зміни клімату, а виробництво продовольства не перебуває під загрозою, й економічний розвиток є сталим і збалансованим. Це також передбачено регуляторною політикою ЄС в галузі вуглецевого управління економіками. На сьогодні людська діяльність додає CO_2 в атмосферу швидше, ніж природні процеси можуть переробити або поглинути його. Щоб стабілізувати екологічну ситуацію на Землі, треба скоротити антропогенні викиди, зокрема: CO_2 , CO , H_2O , CH_4 , N_xO_y тощо на 80%. Якщо викиди залишаться на поточному рівні, орієнтовно 42 гігатонни CO_2 , то вуглецевий «бюджет» для межі 1,5 °C може бути вичерпаний до 2028 року. Підвищення температури триватиме за таких умов до 2050 року. Умови Кіотського протоколу трохи допомогли скоротити ан-

тропогенні викиди парникових газів, але процес торгівлі квотами продовжується. До парникових газів, крім вищезазначених, також належать: фторовані й хлоровані гази, сірководні, SO_2 , гідрофторвуглеці, перфторвуглеці та ін. Внаслідок велетенських антропогенно-техногенних викидів у атмосферу океани та ліси уже не спроможні повною мірою поглинати парникові гази. Третина антропогенних парникових газів поглинається океаном, але це призводить до закиснення морської води вуглецевою кислотою й непоправної шкоди морським екосистемам, фауні та флорі, диханню риб, розвитку личинок. Крім того, відбувається накопичення токсинів тощо. При цьому за певних умов: $\text{CO}_2 + \text{H}_2\text{O} = \text{H}_2\text{CO}_3$.

Отже, джерела CO_2 : металургія; хімічна промисловість; сільське господарство; виробництво цементу; вирубка лісів; лісові пожежі (приблизно 7 гігатонн CO_2); вулкани; факели (наприклад, при добуванні сирової нафти); теплоелектростанції та ін.

Джерелами метану CH_4 є: викопне паливо (33%); ВРХ – 21%; стічні води (21%); вирощування рису (анаеробне розкладання органіки); танення вічної мерзлоти; болота; біотенки на станціях очищення стічних вод тощо.

Джерелами оксидів азоту (NO , N_2O , NO_2 , N_2O_3 , N_2O_5) є: сільське господарство; транспорт; хімічна промисловість (зокрема, виробництво аміаку, мінеральних добрив) тощо.

Джерелами чадного газу CO є: хімічна промисловість; виробництво графітових електродів; неповне згорання палива на теплоелектростанціях, у печах, котлах та ін.

Отже, прогнози на XXI століття передбачають, що викиди парникових газів зростатимуть, і до кінця XXI століття середня температура атмосфери може зрости на 4,5 градуса, не враховуючи підняття температури тропосфери на понад 1 градус сьогодні порівняно з початком XIX століття. Це запускає потужний механізм танення льодовиків і своєю чергою призведе до ще більшого зростання викидів парникових газів (зокрема, водяної пари) за геометричною прогресією. Це так звана концепція нестримної зміни клімату, або кліматичного вибуху, або кліматичної біфуркації, кліматичного колапсу, коли вже зупинити незворотні процеси деградації екосистем і самого людства не буде можливим. Це песимістичний сценарій агонії людства й усього живого на дуже тендітній, термодинамічно обмеженій і чутливій планеті Земля. Проте якщо Людина, врешті-решт, вже зараз і сьогодні не повернеться обличчям до її Величності Природи, то такий чорний чи пекельний сценарій цілком можливий. На жаль, вчені усього світу на експериментально доведених фактах констатують, що до того йде, але це не безнадійно!

Тому декарбонізація енергетики зокрема і економіки в цілому є безальтернативним шляхом розвитку людства на найближчу перспективу.

Світовий попит на первинну енергію за 2018 рік становив приблизно 16 132 ТВт·год. Перехід на відновлювані джерела енергії (ВДЕ) може знизити попит на первинну енергію. З іншого боку, виникає проблема забезпечення ефективного зберігання й накопичення всієї енергії та ін. Швидкість впровадження ВДЕ має зрости вшестеро – тоді людство матиме шанс утриматися на рівні змін температури атмосфери не вище 2 °С!

При цьому проблема акумуляції енергії може частково бути вирішена за рахунок: гідроакумулювальних ЕС (ГАЕС); стисненого повітря; виробництва водню; літій-іонних акумуляторів та інших сучасних інноваційно-технологічних рішень.

Іншим аспектом безвуглецевого розвитку економік світу є декарбонізація транспорту. Передбачається, що до 2050 року три чверті автомобілів будуть електричними. Декарбонізація авіатранспорту до 2050 року передбачається важкою, оскільки для водню характерний низький ККД – приблизно 30% у порівнянні з авіабензином.

Ще одним засобом декарбонізації є теплові насоси, використання яких може зменшити викиди CO₂ на 8...10 % [127].

Важливим заходом уповільнення зміни клімату також є енергозбереження. Додамо, що необхідний стрімкий розвиток кліматично розумного регенерованого сільського господарства. Також варто переходити на використання ефективнішого залізничного та річкового транспорту в порівнянні з автомобільним та, особливо, авіаційним транспортом.

Необхідно також всебічно застосовувати практику сучасних архітектурно-дизайнерських рішень, концепцію нового урбанізму та транзитно-орієнтованого проєктування міст, що спрямовані на: скорочення відстаней, стимулювання громадського транспорту замість приватних автомобілів, улаштування пішохідних та велосипедних доріжок, теплоізоляцію, зменшення втрати тепла в будівлях, використання білих дахів для встановлювати сонячних панелей.

«Вуглецева нейтральність», або «нульові відходи» означає, що об'єм емісій не повинен перевищувати об'єм вуглецю, що поглинають ліси та океани. Щоб досягти цього рівня, необхідно скорочувати добування вугілля, нафти й газу приблизно на 6% у рік. Всі країни (понад 110) планують досягнення вуглецевої нейтральності до 2050 року, а Китай прийняв рішення, що досягне її до 2060 року. При цьому перехід на екологічно чисту енергетику тільки до 2030 року створить понад 18 млн робочих місць.

В ЄС після 2023 року набуде чинності так зване вуглецеве регулювання, тобто збільшений податок на продукцію, що вироблена з вуглецевмісної сировини, а також збір коштів для додаткового фінансування процесів декарбонізації.

Негативний вплив CH_4 на клімат у 26...28 разів вищий, ніж CO_2 . На сьогодні необхідно працювати над технологіями вловлювання та зберігання сполук вуглецю. Сучасні технології досить вартісні: тонна секвестрованого CO_2 коштує 160...170 дол. США, тобто вони є дуже капіталоемними. Уловлений CO_2 можна, наприклад, перекачувати у родовища, а потім герметизувати його під Землею. Ще можливе перетворення CO_2 у сухий лід. Якщо, наприклад, розплавлена сіль нагріває сухий лід («надкритичний флюїд»), то він може запускати й обертати турбіну. Такі та інші сучасні технології використання вуглекислого газу розробляються в багатьох країнах, зокрема в ЄС.

Досягнення цілей з декарбонізації вимагає залучення інвестицій та прозорих ринкових умов для розвитку. Бізнес і держава мають бути союзниками в процесі декарбонізації.

Пандемія COVID-19 та зміни клімату підвели людство до нової реальності. Ми вже не можемо жити так, як жили раніше. Водночас «зелену» трансформацію світової економіки вже не зупинити.

На 2020 рік в ЄС викопні джерела становлять 37%, а відновлювані – 38%. «Зелена» електроенергія – неодмінна умова для виробництва «зеленої» сталі й іншої продукції. Вуглецевий податок та система торгівлі квотами на викиди – це один з інструментів стимулювання декарбонізації. Ще одним стимулом є державне фінансування й підтримка безвуглецевих технологій у вигляді, наприклад, позик, грантів, компенсацій, податкових канікул тощо.

Після 24 лютого вітер, сонце і вода не є просто інструментами декарбонізації. Це – чинники національної безпеки, що визначають обриси нової енергетичної архітектури. Ще до війни низкою національних стратегій цей вектор розвитку визначено магістральним. У програмі «Безпека, енергоефективність, конкурентоспроможність» передбачено досягти до 2035 року частки у 25% ВДЕ в обсягах загального постачання енергії, проти 8,1% у 2021-му. Згодом ці розрахунки деталізували в урядовому Плані відновлення України, презентованому в Лугано. Там передбачено створити до 2032 року додаткові 5–7 ГВт сонячної та вітрової генерації й визначено обсяг інвестицій у 130 млрд доларів США [128].

Курс на «зелену» генерацію як фундамент післявоєнної відбудови є незворотним із березня 2022-го, коли наша енергосистема синхронізувалася із європейською ENTSO-E. А вже в травні ЄК у плані REPowerEU збільшила з 40 до 45% частку ВДЕ в електроенергетичному балансі, яку в ЄС мають досягти до 2030-го. Україна як суб'єкт європейського енергетичного простору зобов'язана сповідувати цей тренд, аби відповідати вимогам і критеріям членства в ЄС.

Складність цього шляху для України полягає в тому, що національний сектор відновлюваної енергетики – на межі виживання через фінансове виснаження,

втрата активів і падіння попиту. А також – через неможливість до кінця війни оцінити реальний рівень руйнації інфраструктури.

Безумовно, побудова нової енергомережі стане можливою тільки після Перемоги. Але нині можемо визначити її обриси, з огляду на виявлені війною слабкі місця. Одне з таких – централізація і нерівномірна географія об'єктів генерації. Тому нова енергомережа має будуватися збалансовано щодо попиту, виробництва, територій і логістики.

Основою енергетичної трансформації України має стати розподілена генерація з локальним розвитком ВДЕ. Необхідно стимулювати місцеві громади реально використовувати всі доступні їм джерела генерації. Це перспективний напрямок, оскільки «зелений» тариф, зафіксований до 2030 року, нижче за ціни на імпортовану електроенергію з ЄС, що є альтернативою власній. Він конкурентний і з енергією на викопному паливі, оскільки та вимагає державних витрат на дотації й субсидії.

Очевидним трендом, який мусить сповідувати Україна, є поступова відмова від теплової генерації на користь безвуглецевих технологій. За прогнозами Міжнародного енергетичного агентства, до 2025 року відновлювальні джерела замінять у світі вугілля як найбільше джерело електроенергії. Для України це актуальний прогноз, оскільки 60% наших шахт нині виснажуються окупантами. Після їх звільнення відновити більшість з них буде технічно неможливо або критично дорого.

Динаміку відмови від викопного палива посилює прискорене спрацювання ресурсу енергоблоків українських ТЕС. Це відбувається внаслідок їх надмірного використання впродовж війни. За деякий час їхнє обладнання потребуватиме капітального ремонту чи заміни. І тоді постане питання доцільності подальших інвестицій. Припускаємо, що від окремих «теплових» потужностей доведеться відмовитися через нестачу енергетичного вугілля й зобов'язання України до 2044 року зняти з експлуатації певну частину цієї генерації.

За оцінками експертів за п'ять років в Україні необхідно створити потужності на ВДЕ для компенсації генерації на викопному паливі. Причому ці обсяги будуть вищими за обсяг цієї компенсації з огляду на потреби масштабного відновлення. Інакше доведеться імпортувати дорогу електроенергію.

Один з ключових елементів майбутньої енергомережі, що дозволить компенсувати втрачену генерацію, – запровадження «розумних» мереж. За розрахунками уряду, це дозволить до 2035 року зменшити втрати в електромережах з 11,6 до 7,5%. Заощаджені 6 млрд кВт*год є еквівалентом 3 млн тонн спаленого вугілля.

Найскладнішим викликом у розвитку «зеленої» генерації є необхідність створити балансувальні потужності, які «згладжують» сезонні й добові піки спо-

живання. Наразі такими є енергоблоки АЕС, ГЕС і ТЕС. Втім, через очікуване зменшення ресурсу теплової генерації й залежність гідроенергетики від сезонних факторів, країні доведеться інвестувати у сучасні системи накопичення енергії.

Маємо активніше залучати у цих питаннях ресурси міжнародних донорів. Важливо спрямовувати ці зусилля у напрям «озеленення» нашої енергетики. Нам уже важливіше отримувати обладнання для локальних сонячних електростанцій та потужні акумулятори замість генераторів, які рятували країну цієї зими.

Ставка на чисту енергію є для України стратегічною. Наявність вагомої частки «зеленої» генерації зменшує можливості для зовнішнього шантажу. Держава стає незалежною від цінових коливань на енергоресурси. А отже, стає НЕЗАЛЕЖНОЮ.

7.2. Екологічна безпека використання геотермальних ресурсів

Одним з перспективних напрямів застосування геотермальних джерел енергії є будівництво геотермальних теплових електростанцій на основі самовиливних джерел. Нині ГеоТЕС загальною потужністю 1490 МВт функціонують у 20 державах світу, зокрема в США – 510, Італії – 420, Новій Зеландії – 200, Японії – 168, Мексиці – 80 МВт.

В Україні вивчається можливість створення ГеоТЕС в районах з підвищеним градієнтом теплової енергії надр Землі. Вважається, що функціонування цих станцій здійснюватиметься за рахунок циркуляційних систем. Принцип їх дії такий. Нагнітальна поверхнева вода через свердловини витісняє пароводяну суміш з існуючих підземних пористих резервуарів-колекторів і, нагріваючись своєю чергою видавлюється наступною порцією води. Як закачувана вода може бути використана також вода, одержана від конденсації пари після проходження через турбіни [129].

Створення циркуляційних систем дає змогу одержувати з глибини 3–4 км теплоносій, підігрітий до температури 150–180 °С і більше.

Другим перспективним видом використання тепла Землі можуть бути ГеоТЕС на основі петротермальної енергії. Порооди, розігріті до 150–250 °С, на глибинах понад 2–5 км трапляються в багатьох регіонах, і цього рівня температур достатньо для виробництва пари в кількостях, які необхідні для обертання турбін електростанцій.

Для ГеоТЕС, що використовують тепло сухих порід, необхідно пробурити дві свердловини. По одній подається холодна вода з поверхні Землі, друга слугує для відбирання пари чи гарячої води, одержаної в підземних порожнинах – теплових котлах з пористою структурою і тріщинами. Великі проблеми виникають, якщо таких структур немає, а температури на цій глибині достатньо високі для одержання пари чи гарячої води у великих кількостях. Тоді застосовують гідро-

динамічний розрив порід (камуфлетний вибух) за допомогою якого утворюються необхідні для організації ефективного тепловідбору структури.

Зазвичай такі ГеоТЕС працюють за замкнутим циклом. Вода, що закачана у свердловину, перетворюється на пару в підземному котлі й поступає через «парову» свердловину на поверхню Землі, а після проходження через турбіни конденсується і знову повертається у «водяну» свердловину. Це дає змогу економити прісну воду й не засмічувати довкілля, оскільки вихідна природна пара може містити небезпечні суміші.

Циркуляційні системи можна також використовувати для обігрівання різних споруд. Наприклад, блок із двох свердловин може доставити на поверхню Землі 100–200 млн кДж/год, тобто забезпечити теплом будівлі, де мешкають 12–16 тис. жителів, а в південних районах – до 20 тис. В Ісландії, де існує активна вулканічна діяльність, широко використовуються геотемальні ресурси для тепла й водопостачання у комунальному господарстві. Практично всі великі населені пункти в цій державі, включаючи Рейк'явік, мають системи теплопостачання, джерелом яких є геотермальна енергія.

Франція посідає в цей час провідне місце в зазначеній сфері. Понад 30 тис. квартир у Паризькому районі опалюється за допомогою геотермальної енергії. Планується розширити опалювальну мережу до 100 тис. квартир.

У Тбілісі (Грузія) гаряча вода, яку одержують із самовиливної свердловини, має температуру 57–65 °С, мінералізація води – 0,3 г/л і продуктивність – 2 тис. м³/добу. Термальна вода через трубопровід поступає у розподільний бак ємністю 5 тис. м³, який встановлено вище жилих будівель. Звідси самовиливом вона подається споживачам. Трубопровідна система теплопостачання має добру теплоізоляцію, тому втрати тепла незначні (падіння температури не перевищує 1,5 °С). Оскільки в термальній воді, яку одержують зі свердловини, міститься сірководень, у схемі є дегазатор. Система забезпечує гарячою водою один з мікрорайонів Тбілісі.

Велику ефективність показало використання гарячих джерел у сільському господарстві, насамперед для обігрівання теплиць. В Ісландії сьогодні нараховується понад 400 тис. м² теплиць і оранжерей, які опалюються геотермальним теплом. За рахунок цього щорічно заощаджується до 300 тис. тонн умовного палива. В Угорщині, відповідно, площа під теплицями близько 500 тис. м² дає змогу заощадити за рік 500 тис. тонн умовного палива.

Геотермальна енергія широко використовується для опалення скотарських комплексів, підігрівання питної води в зимовий період, а також як відпрацьована вода у риборозводних ставках та в інших галузях для утилізації геотермального тепла.

Значну роль геотермальні джерела відіграють у лікуванні різних хвороб.

Майже всі термальні води з високою температурою, незалежно від хімічного складу, мають лікувальні властивості.

Другий важливий аспект застосування геотермальних джерел – можливість видобутку з води цінних елементів і різноманітних з'єднань: йоду, броду, повареної солі, борної кислоти, лужних елементів, сірки, глауберової солі тощо.

Однак існують серйозні науково-технічні проблеми, пов'язані з підвищенням ефективності роботи ГеоТЕС, і насамперед збереження пари високого тиску на виході зі свердловин, тобто на вході в турбіну. В підземних резервуарах пара перебуває під досить великим тиском – приблизно 3–5 МПа, а на поверхні Землі тиск пари зменшується до 0,8–1 МПа. В цих умовах коефіцієнт корисної дії станції не перевищує 10–16%, тоді як у сучасних традиційних станціях він досягає 40%. Тому для одержання тієї самої потужності необхідно збільшити витрати пари через турбіну приблизно в 2,5 рази. Зазвичай одна свердловина виробляє пари близько 20 кг/с, що достатньо для обертання турбіни приблизно у 7 МВт; для обертання потужніших турбін треба мати декілька свердловин, з'єднаних між собою трубопроводом.

Витрати пари зі свердловини повільно знижуються з часом її експлуатації, що в середньому становить близько 15 років.

Термальні води мають низьку мінералізацію, не вимагають використання складних і дорогих схем. Але якщо вони містять багато солей і мають високу температуру, необхідно робити теплообмінник. У ньому гаряча термальна вода віддає тепло прісній воді, яка потім подається споживачу. Як теплообмінники застосовуються при цьому звичайні змієвики. Але випадіння солей на трубах підвищує термічний опір стінок, тому погіршується процес теплообміну.

В інших схемах застосовують догрівання термальних вод у котельнях у періоди, коли потрібно підвищення температури теплоносія, який подається в опалювальну систему. Ефективність схем опалення значно зростає при використанні теплового насоса, який догріває воду до 80 °С.

Застосування схем з тепловим насосом дає змогу утилізувати термальну воду з досить низькими температурами. Однак експлуатація теплових насосів вимагає підключення їх до електромережі й пов'язана зі значними витратами електроенергії.

З огляду на незначні масштаби застосування геотермального тепла поки не йдеться про негативні впливи цього джерела енергії на природне середовище й організм людини. Але найближчим часом вони можуть з'явитися, і їх необхідно уникнути.

В геотермальних водах виявлені такі домішки, як нітриди, хлориди й сульфідні різноманітних металів, концентрація яких не є шкідливою для природи й людини. Але в гарячій воді й парі містяться й небезпечні елементи – бор і миш'як. В геотермальних джерелах, що вже експлуатуються загальна кількість

цих домішок не перевищує 1–1,5%. Зі зростанням глибини й масштабів використання геотермальної енергії їх вміст може значно зрости, а отже, й негативно впливати на живі організми.

Нейтралізувати це явище можна шляхом широкого застосування циркуляційних систем, які дозволяють уникнути попаданню речовин у довкілля.

Геотермальні джерела виділяють значну кількість сірководню, який у незначних дозах не є шкідливим. У великих концентраціях сірководень досить токсичний і небезпечний для живих організмів. Він є важчим газом, ніж повітря, накопичується поблизу поверхні Землі, й тому діє негативно, особливо на організм людини.

Геотермальні джерела виділяють в атмосферу метан, аміак, вуглекислий газ. Все це, разом взяте, має деякий негативний ефект. Але він є значно меншим, ніж у разі застосування традиційних енергоустановок у перерахунку на одиницю потужності.

Геотермальна енергетика пов'язана з виведенням на поверхню Землі великих об'ємів води. Скидання відпрацьованих вод може викликати заболочування окремих ділянок ґрунтів в умовах вологого клімату, а у засушливих районах – засолення. Це явище призводить до деградації земельних угідь.

Дуже небезпечним є прорив трубопроводів, який може призвести до викидів на землю великої кількості небезпечних розсолів. Як відмічено вище, циркуляційна система забезпечить безпеку таких робіт, тому що термальна вода закачується назад у пласт. Завдяки цьому пластовий тиск підтримується на достатньо високому рівні й навіть зростає, збільшуються дебіти й виключається прямий контакт цих вод з навколишнім середовищем. Водночас є низка обмежень в разі використання цього методу.

Закачування води вимагає витрат електроенергії, а також призводить до виділення твердих мінералів у свердловинах і трубопроводах тощо, що затруднює їх експлуатацію.

У деяких випадках використання термальних вод може викликати «теплове забруднення» водойм. Це явище спостерігається тоді, коли спрацьовує незначний температурний перепад, у 20–25 °С, а основний запас енергії викидається з водою. Внаслідок цього зростає температура поверхневих шарів води у водоймах до 40–50 °С, що призводить до зміни їх флори й фауни, а тому й до порушень екологічної рівноваги. Однак ці зміни мають локальний характер, і їх легко уникнути, якщо передбачити комплексне використання як енергетичних, так і хімічних ресурсів геотермальних джерел.

У цілому розробка й експлуатація геотермальних родовищ спричиняють незначну шкоду природі й людині, особливо якщо порівняти шкоду, спричинявану використанням традиційних джерел енергії. А головне те, що вже зараз відомі й перевірені на практиці методи зведення цієї шкоди до мінімуму. Незважаючи на

деяке подорожання при цьому геотермальних енергосистем, вони залишаються безперечно економічно ефективними, оскільки дозволяють зберегти у значних обсягах традиційні палива.

Різноманітні технічні рішення й елементи поверхневого технологічного комплексу визначають види геотермальних систем, що залежать від особливостей геотермальних родовищ і вимог споживачів.

Як перспективи розвитку геотермальних систем теплопостачання можна навести такі технологічні елементи й технічні рішення:

1) підземні теплоакумулятори для оптимального узгодження добових і сезонних графіків видобутку й використання геотермальної енергії;

2) проміжні теплообмінники для передачі геотермальної енергії робочому теплоносію;

3) підігрівальні геотермальні колектори з підвищеною температурою і невеликим об'ємом для короткочасового використання тільки в «пікові» періоди;

4) підігрівальні паливні установки чи сонячні колектори з теплоакумуляторами для постійного чи періодичного підвищення температури теплоносія;

5) теплонасосні установки для постійного чи періодичного підвищення температури робочого теплоносія;

6) комплекси видобування корисної мінералізації геотермального теплоносія перед його енергетичним використанням чи після нього;

7) очищення охолодженого у проміжному теплообміннику геотермального теплоносія для подальшого його бальнеологічного застосування;

8) очищення відпрацьованого геотермального теплоносія, його обробка й підготовка для нагнітання у колектор ГЦС;

9) очищення відпрацьованого теплоносія для його екологічно безпечного скидання;

10) очищення відпрацьованого носія для застосування в системі технічного водопостачання;

11) потенціал когенераційного виробництва енергоносіїв при використанні геотермальних родовищ і некондиційних газових малих родовищ.

7.3. Співвідношення викидів в атмосферу CO₂ та інших шкідливих речовин при застосуванні традиційних та теплонасосних геотермальних систем отримання теплової енергії

Під час отримання теплової енергії на теплоелектроцентралі (ТЕЦ) у котлоагрегатах спалюють традиційне паливо (вугілля, мазут і газ), що пов'язано зі значними викидами у довкілля забруднювальних речовин [130].

Відповідно до запропонованого в роботі методу тепла енергія отримується завдяки використанню термодинамічної системи (теплового насоса), за допомо-

гою якої тепло від первинного джерела з низькою температурою (від низькопотенційного джерела), надходячи до споживача, вже має вищу температуру. До того ж для підтримки процесу теплопередачі витрачається в декілька разів менше енергії, ніж виробляє ця система. Значення коефіцієнта перетворення теплоти залежить від джерела низькопотенційної енергії.

Джерелами низькопотенційної енергії можуть бути: зовнішнє повітря, тепло Землі (грунту), тепло водойм і підземних вод. Також джерелом низькопотенційної енергії може бути слабомінералізовані геотермальні води, сонячна енергія, накопичена за допомогою геліосистем та акумуляторів теплоти. Внаслідок використання теплових насосів легко здійснюється рекуперація теплоти вентиляційного повітря, каналізаційних стоків, промислових скидів та інших технологічних процесів, що виділяють тепло.

Шкідливі викиди під час використання теплового насоса – це викиди в місці виробництва електроенергії. Безпосередньо ж на місці установки теплових насосів шкідливих викидів немає [131].

У табл. 7.1 наведено порівняння екологічної ефективності теплових насосів і традиційних котелень, які працюють на органічному паливі.

Розрахунки виконано для котелень з тепловою потужністю 1,163 МВт (1,0 Гкал/год), з річним виробленням теплової енергії 2616 Гкал; витрата палива на ТЕЦ – 0,3 кг умовного палива на 1 кВт·год; теплотворна здатність: вугілля – 19,5 МДж/кг, мазуту – 39,0 МДж/кг, природного газу – 33,24 МДж/кг) [3].

Таблиця 7.1. Екологічна ефективність теплових насосів і традиційних котелень, які працюють на органічному паливі

Виробники тепла	Традиційна котельня			Електрокотельня			Тепловий насос					
	КПД-0,65	КПД-0,60	КПД-0,66				φ=3,0			φ=6,0		
Паливо:	Вугілля	Мазут	Пр. газ	Вугілля	Мазут	Пр. газ	Вугілля	Мазут	Пр. газ	Вугілля	Мазут	Пр. газ
Річна витрата палива (вугілля і мазут - у тоннах, газ - у тис. м ³)												
Спалювання	безпосередньо у споживача			На віддалених ТЕЦ								
	586,3	351,6	375	1360	687	808,7	453,1	229	269,6	226,6	114,5	135
Сумарні шкідливі викиди оксидів азоту і сірки в рік, тон:												
На місцях виробництва теплоти	16,31	9,98	2,48	–	–	–	–	–	–	–	–	–
У місцях спалювання палива (ТЕЦ)				25,9	18,6	5,58	8,63	6,2	1,86	4,32	3,1	0,93
Викиди CO ₂ (парниковий ефект) у рік, тонн:												
В атмосферу Землі	1743	1029,8	667,4	2768	1919	1499	922,5	639,7	500	461	319,8	250

Як видно з табл. 7.1, теплові насоси з коефіцієнтом перетворення енергії 3,0 порівняно з традиційними котельнями мають:

- майже в 2 рази менше викидів оксидів азоту, сірки й вуглецю, ніж під час роботи на вугіллі;

- більш ніж у 1,5 рази менше, ніж під час роботи на мазуті;

- на 30% менше, ніж під час роботи на природному газі;

- при коефіцієнті перетворення енергії 6,0 шкідливі викиди скорочуються ще в 2 рази;

- з отриманням теплової енергії методом, який запропоновано в [132], забруднення в місці виробництва електроенергії мінімальне (за джерело електроенергії прийнято теплову електростанцію), а безпосередньо на місці установки теплових насосів шкідливих викидів немає.

Отже, теплонасосна геотермальна система є однією з найефективніших технологій для опалення та охолодження об'єктів. Ця система використовує відновлювану енергію з навколишнього середовища. Повітря, ґрунт і вода містять корисну теплову енергію, яка постійно поповнюється сонячним випромінюванням, навіть при низьких температурах зовнішнього повітря. Тепловий насос може підвищити потенціал цієї теплової енергії до необхідного рівня, використовуючи при цьому невелику кількість електроенергії.

Завдяки своїй унікальній технології тепловий насос може радикально поліпшити енергоефективність будь-якої системи опалення, в якій використовуються первинні енергоресурси. Водночас при розробці системи теплопостачання необхідно враховувати такі фактори:

1. Пряме спалювання є найменш ефективним способом використання палива.

2. Якщо паливо, яке споживають котли, використовуватиметься для енергопостачання електричних теплових насосів, то скорочення витрат палива та, відповідно, викидів CO₂ становитиме 35–50%.

3. Якщо електричні теплові насоси працюють як системи комбінованого вироблення теплоти й електроенергії, то скорочення викидів CO₂ становитиме близько 50%.

4. Споживання енергоресурсів і, відповідно, викиди CO₂ адсорбційних або газових теплонасосних систем на 35–50% менше, ніж у традиційних котлів.

Оскільки теплові насоси можна використовувати в системах опалення, гарячого водопостачання та охолодження всіх типів будинків, а також для опалення промислових приміщень, то потенціал цієї технології дуже високий.

Використання теплових насосів в системах опалення будівель дозволяє скоротити викиди CO₂ на 50%.

Отже, запропонований метод отримання теплової енергії має яскраво виражену екологічну спрямованість, оскільки впровадження запропонованих технологій дозволить істотно поліпшити екологічне становище в різних регіонах країни, зменшити викиди парникових газів та шкідливих речовин у довкілля.

Крім того, для країни з чистою енергією питання вартості нафти чи газу перестає бути інструментом геополітичного тиску. А Україна, як було зазначено вище, стає незалежною від цінових коливань на енергоресурси. А отже, стає **НЕЗАЛЕЖНОЮ!**

ЛІТЕРАТУРА

1. Ковалко М. П. Енергозбереження – пріоритетний напрямок державної політики України / М. П. Ковалко, С. П. Денисюк. Київ: УЕЗ. 2005. 506 с.
2. Економічні й екологічні аспекти комплексної генерації та утилізації енергії в умовах урбанізованих і промислових територій: Монографія / Під заг. ред. Г. Г. Півняка. Д.: НГУ. 2013. 176 с.
3. Долінський А. А. Геотермальна енергетика: виробництво електричної і теплової енергії / А. А. Долінський, А. А. Халатов. Вісник НАН України. 2016. №11. С. 76–86.
4. Морозов Ю. П. Видобування геотермальної енергії: Монографія / Ю. П. Морозов. Київ: ІВЕ 2022. 245 с.
5. Тепловий насос. Велика радянська енциклопедія: [Т. 30] / Гол. ред. А. М. Прохоров. 3-тє Вид-во: Радянська енциклопедія 1969–1978. 387 с.
6. Каплан А. М. Теплові насоси, їх техніко-економічні можливості та сфери застосування. Роботи ЦКТИ. Кн. 4. Вип. 1. 1947. С. 3–30.
7. Thomson W. On the economy of the heating or cooling of buildings by means of currents of air. Proc, Glasgow Phil, Soc. Vol. III. Dec. 1852. P. 666–675.
8. Haldane J. G. N. The heat pump an economical method of producing low grade heat from electricity. I.E.E. Journal. Vol. 68. June 1930. P. 666–675.
9. Pietsch J. A. The unitary heat pump industry - 25 years of progress. ASHRAE Jnl. Vol. 19. Pt. 7. July 1977. P. 15–18.
10. Egle M. The heating of the Zurich Town Hall by the heat pump. SEV Bulletin. Vol. 29. 27 May 1978. P. 261–273.
11. Sumner J. A. Domestic Heat Pumps. Prism Press. Dorchester. 1976.
12. Butler C. Ferranti fridge-heater. Arch. J. Info. Sheet 28. May 31. 1956.
13. Zurian O. V., Barilo A. A. Impact of the natural temperature regime of the upper layers of earth on efficiency of a hydrothermal heat pump system. / O. V. Zurian, A. A. Barilo. Journal of Geology, Geography and Geoecology. 2022. Vol. 31. No 3. С. 575–584. <https://doi.org/10.15421/112254>.
14. Р. Титко. Відновлювані Джерела Енергії : Монографія / Ришард Тітко, Володимир Колініченко. Краків. Польща : ОШЕ №1. 2002. 533 с.
15. Зур'ян О. В. Експериментальні дослідження теплового режиму гідротермальної теплонасосної системи. Відновлювана енергетика. 2021. № 1. (56). С. 10–19. [https://doi.org/10.36296/1819-8058.2021.4\(67\).77-89](https://doi.org/10.36296/1819-8058.2021.4(67).77-89).
16. Zurian O. V. Comparison of efficiency of geothermal and hydrothermal energy systems / O. V. Zurian. XIX International Multidisciplinary Scientific GeoConference SGEM. Renewable Energy Sources and Clean Tech. 30 June-6

July 2019. Albena, Bulgaria. 2018. P. 83–89.

<https://doi.org/10.5593/sgem2019/4.1/S17.011>.

17. Філатов С. О., Володін В. І. Робота теплообмінників утилізації теплоти ґрунту. Праці БДТУ. № 3. 2011. С. 179–184.
18. Зур'ян О. В., Олійніченко В. Г. Гідротермальна система отримання теплової енергії, фізичні процеси, ефективність. Вісник Вінницького політехнічного інституту. 2021. № 4. С. 40-46. <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2021-157-4-40-46>.
19. Фокін В. М. Основи енергозбереження в питаннях теплообміну / В. М. Фокін, Г. П. Бойков, Ю. В. Відін. Вид-во: Машинобудування-1. 2006. 143 с.
20. Фокін В. М. Основи енергозбереження та енергоаудиту. Вид-во: Машинобудування-1. 2006. 200 с.
21. Фокін В. М. Основи енергозбереження в питаннях теплообміну / В. М. Фокін, Г. П. Бойков, Ю. В. Відін. Вид-во: Машинобудування, 2005. 192 с.
22. Накорчевський О. І. Ґрунтові акумулятори теплоти та модернізація комунальної теплоенергетики. К.: Інститут технічної теплофізики НАН України. 2010. 254 с.
23. Довідник з клімату СРСР. Температура повітря і ґрунту. Вид-во: Гідромет. 1967. Вип. 10. Ч. II. 608 с.
24. Настанова гідрометеорологічним станціям і постам. Вид-во: Гідромет, 1969. 300 с.
25. Накорчевський О. І., Беляєва Т. Г. Регресійний аналіз глибин річних флуктуацій температур у верхніх шарах ґрунту. Промислова теплотехніка. К.: 2005. Том 27. № 6. С. 86–90.
26. Ликов А. В. Теорія теплопровідності: навчальний посібник. Вид-во: Вища школа. 1967. 600 с.
27. Патанкар С. В. Чисельне розв'язування задач теплопровідності та конвективного теплообміну при течії в каналах. Вид-во: МЕІ. 2003. 312 с.
28. Патент 89759 України МПК (2014.01) F24J 3/00; F24H 7/00; F28D 11/00. Гідротермальна модульна теплонасосна система / Гошовський С. В., Зур'ян О. В.; заявник і патентовласник Український державний геологорозвідувальний інститут. – заявл. 17.12.13; опубліковано 25.04.14; Бюл. № 8.
29. Попов А. П. До питання про типові технічні рішення щодо основ і фундаментів для кріолітозони/А. П. Попов, В. І. Милованов та ін. //Інженерна геологія. П. Попов, В. І. Милованов та ін. Інженерна геологія. 2008. С. 22–38.
30. Самарський А. А., Гулін А. В. Чисельні методи. Вид-во: Наука, 1989. 432 с.
31. Саприкіна Н. Ю., Яковлев П. В. Енергозберігаючі технології портових споруд на основі застосування геотермальних теплових насосів // Вісник АГТУ. Сер.: Морська техніка і технологія. 2017. № 1. С. 116–123.

32. Ramming K. Bewertung und Optimierung oberflächennaher Erdwärmekollektoren für verschiedene Lastfälle: Dissertation ... Doktoringenieur / K. Ramming. TU Dresden. 2007. 149 p.
33. Гошовський С. В., Зур'ян А. В. Аналіз змін температур у верхніх шарах Землі при розв'язанні задач ґрунтового акумулювання та вилучення теплоти геотермальними системами закритого типу. Мінеральні ресурси України. 2013. № 2. С. 41–47.
34. Федянін В. Я., Карпов М. К. Використання ґрунтових теплообмінників у системах теплопостачання // Ползуновський вістник.– 2006. № 4. С. 98–103.
35. Федянін В. Я., Міхєєв Д. Д. Методика розрахунку теплових потоків у ґрунтовому теплообміннику. Горизонти освіти. 61-а Науково-технічна конференція студентів, аспірантів та професорсько-викладацького складу. 2003. Вип. 5. Ч. 11. С. 12–15.
36. Клепанда А. С. Методика розрахунку на ЕОМ парокompресійного теплового насоса/А. С. Клепанда, Е. Б. Філіппов, П. В. Пашко. Холодильна техніка. 1990. № 7. С. 10–13.
37. Трушевський С. М. Про низькотемпературні джерела теплоти для теплових насосів. Праці VII Міжнародної науково-технічної конференції «Енергозабезпечення та енергозбереження в сільському господарстві». Вид-во: ДНУ ВІЕСГ. 2010. Ч. 4. С. 270–274.
38. Кордас О. Никифорович Е. І. Моделювання енергетичних характеристик геотермальних систем. Прикладна гідромеханіка. Київ. 2016. Т. 16. № 1. С. 42–54.
39. Накорчевський А. І. Сполучені задачі нестационарної тепломасопровідності за змінних зовнішніх умов. ІФЖ. 1999. Т. 72. № 4. С. 782–791.
40. Клокун А. О. Посібник з проектування інженерних систем житлових і громадських будинків з тепловими насосами / А. О. Клокун, О. Я. Кузнець, Ю. М. Литвинюк. Вид-во: Мінрегіонбуд. 2010. 82 с.
41. Sumner J. A. Domestic Heat Pumps//Prism Press. Dorchester. 1976.
42. Stephen P. Kavanaugh, Kevin Rafferty. Ground-Source Heat Pumps. ASHRAE 1997.
43. Особливості проектування систем теплопостачання будівель з тепловими насосами / Під ред. В. Ф. Гершковича. Ф. К Гершковича. : Енергомінимум 2009. 62 с.
44. Guideline VDI 4640, Part 2. Thermal use of the underground – Ground source heat pump systems. Berlin: Beuth Verlag. 2001. 43 p.
45. Довідник з проектування та монтажу теплових насосів. Проектна документація компанії Buderus. Wetzlar: BBT Thermotechnik. 2005. 142 с.

46. Большаков В. И. Теплотехническое моделирование вертикальных грунтовых коллекторов тепловых насосов методом скінченних різниць / В. И. Большаков, В. В. Данишевський, Є. А. Кушнеров. Збірник наукових праць ПАСА. Данишевський, Є. А. Кушнеров. Збірник наукових праць ПДАБА. 2010. С. 1–15.
47. Zalewski P.K. Pompy ciepła podstawy teoretyczne i przykłady zastosowani. Krakow. CPPGSMiE PAN. 1995. 112 p.
48. Li S., Yang W., Zhang X. Soil temperature distribution around a U-tube heat exchanger in a multi-function ground source heat pump system. Appl. Therm. Eng. 2009. V. 29. P. 3679–3686.
49. Yu Y., Ma Z., Li X. A new integrated system with cooling storage in soil and ground-coupled heat pump. Appl. Therm. Eng. 2008. V. 28. P. 1450–1462.
50. Уайт Дж. Порухення та поширення сейсмічних хвиль. Вид-во: Надра, 1986. 262 с.
51. Деч Г. Посібник до практичного застосування перетворення Лапласа та Z-перетворення. Вид-во: Наука. 1871. 288 с.
52. Камке Е. Довідник по звичайним диференціальним рівнянням. Вид-во: Наука. 1976. 576 с.
53. Корн Г., Корн Т. Довідник з математики. Вид-во: Наука. 1970. 720 с.
54. Ельсгольц Л. Е. Диференціальні рівняння та варіаційне обчислення. Вид-во: Наука, 1969. 424 с.
55. Коренев В. Г. Введення у теорію безселевих функцій. Вид-во: Наука 1971. 287 с.
56. Тарасевич Ю.Я. Теорія пружності. Монографія. 2010. 117 с.
57. Мишкіс А. Д. Математика для втузів. Спеціальні курси. Вид-во: Наука. 1971. 632 с.
58. Канторович Л. В., Крилов В. И. Наближені методи найвищого аналізу. Вид-во: Фізматгіз. 1948. 698 с.
59. Натанзон М. С. Поздовжні коливання рідинної ракети. Вид-во : Машинобудування 1977. 205 с.
60. Пилипенко В. В., Задонцев В. А., Нафтанзон М. С. Кавітаційні автоколивання та динаміка гідросистем. Вид-во: Машинобудування, 1977. 352 с.
61. Глікман Б.Ф. Математичні моделі пневмогідравлічних систем. Вид-во: Наука. 1986. 366 с.
62. Пановко Я.Г., Губанова І.І. Стійкість та коливання пружних систем. Вид-во.: Наука, 1964. 336 с.
63. Смирнов Л.В. Дослідження деяких динамічних властивостей прямого трубопроводу з поточною рідиною// Динамічні характеристики та коливання елементів енергетичного обладнання. Вид-во.: Наука, 1980. С. 58–66.

64. Burgreen D./., Byrnes I.I., Benforade D.M. Vibration of rods induced by water in paralled flowr. I. Trans. ASME. 1958. 80. No. 5. P. 991–1003.
65. Chen S. S., Wambsganss M. W. Paralled flow-induced vibration of the fuel rods. Nucl. Eng. and Design. 1972. 18. No. 2. P. 253–258.
66. Бабаков І. І. Теорія коливань. Вид-во: Наука, 1968. 559 с.
67. Ландау Л. Д., Ліфшиц Є. М. Теорія пружності. Вид-во: Наука, 1987. 247 с.
68. В.А. Домбровський. Вища математика. Підручник. Вид-во: Вища школа. – 2003. 484 с.
69. Малюшевський І. П. Основи розрядно-імпульсної технології. Київ: Наук. думка 1983. 270 с.
70. Двайт Г.Б. Таблиці інтегралів та інші математичні формули. Вид-во: Наука, 1983. 172 с.
71. Наїфе А. Методи збурень. Вид-во: Світ, 1976. 455 с.
72. Бабицький В.І. Теорія віброударних систем. Вид-во: Наука, 1978. 352 с.
73. Кіттель Ч., Найт Ст, Рудерман М. Механіка. Вид-во: Наука, 1983. 447 с.
74. Крауфорд Ф. Хвилі. Вид-во.: Наука, 1984. 511 с.
75. Кунін І.А. Теорія пружних середовищ із мікроструктурою. Вид-во: Наука,
76. Яблонський А.А., Корейко С.С. Курс теорії коливань. Вид-во: Вища школа, 1975. 248 с.
77. Беттер Х. Принципи динамічної теорії ґрат. Вид-во Світ, 1986. 382 с.
78. Мак-Каррол Б., Ерліх Г. Захоплення та передача енергії при зіткненні атомів із кристалічною поверхнею // Взаємодія газів із поверхнями. Вид-во: Світ, 1965. С. 78–100.
79. Мак-Каррол Б. Захоплення та передача енергії при зіткненні атомів із кристалічною поверхнями. Домішки // Взаємодія газів із поверхнями. Вид-во: Світ, 1965. С. 102–122.
80. Долгов А. С., Хижняк Н. А. Про зіткнення атома із твердою плівкою. Український фізичний журнал. 1968. № 6. С. 996–1001.
81. Долгов А. С., Хижняк Н. А. Про зіткнення атома із твердою плівкою. Фізика твердого тіла. 1968. № 9. С. 2647–2651.
82. Долгов А. С. Динамічні ефекти при конденсації плівок на підкладках. Фізика твердого тіла. 1969. № 6. С. 1537–1541.
83. Долгов А. С. Деякі завдання динаміки обмежених кристалічних ґрат за заданих початкових умов. Фізика твердого тіла. 1969. № 11. С. 3104–3108.
84. Долгов А. С., Хижняк Н. А. Зіткнення атомів із тонкою плівкою на підкладці. Изв. вишів. фізика. 1979. № 11. С. 137–139.
85. Долгов А. С. Про роль внутрішніх домішок у процесі зіткнення атома із поверхнею твердого тіла. Український фізичний журнал. 1971. № 3. С. 446–450.

86. Мажуга В. В. Розв'язання нестационарного завдання про механічні коливання однойменного ланцюжка пружно пов'язаних частинок за наявності ізобаричного дефекту. Журнал прикладної механіки та технічної фізики. 1969. № 6. С. 120–123.
87. Гусаров А.А., Федоров В.Г. Розрахунок вимушених згинальних коливань труб теплообмінників з урахуванням засорів у дистанційних ґратах // Динамічні напруження та деформації в елементах енергетичного обладнання. Вид-во: Наука, 1977. С. 31–41.
88. Веденова Є. Г, Маневич Л. І. Періодичні та локалізовані хвилі у віброударних системах розподіленої структури. Вид-во Машинобудування. 1981. № 4. С. 21–30.
89. Веденова Є. Г, Маневич Л. І., Немченко В. П., Лисенко С. А. Солітони в суттєво нелінійному одновимірному ланцюжку. Журнал прикладної механіки та технологічної фізики. 1983. № 6. С. 156–159.
90. Андріанов А. І. Континуальне наближення для високочастотних коливань ланцюжка. Доп. АН УССР. Сер. А. 1991. № 2. С. 13–15.
91. Андріанов Айій І. Андріанів А.І. Прогресивні методи машинобудування. Видавець: Машина 1975. 340 с.
92. Захаров В.Є., Манаков С.В., Новіков С.П., Китаївський Л.П. Теорія солітонів: Метод зворотного завдання. Вид-во: Наука, 1980. 319 с.
93. Ланда І.С. Автоколивання у системах із кінцевим числом ступенів свободи. Вид-во: Наука, 1980. 359 с.
94. Ланда І.С. Автоколивання у розподілених системах. Вид-во: Наука, 1983. 320 с.
95. Рабінович М.І., Трубецьков Д.І. Введення в теорію коливань та хвиль. Вид-во: Наука, 1984. 432 с.
96. Скотт Е. Хвилі в активних та нелінійних середовищах у додатку до електроніки. Вид-во: Рад. радіо, 1977. 368 с.
97. Holmes P. I. The dynamics of repeated impacts with a sinusoidally vibrating table. I. Sound Vib. 1982. 84. P. 173–189.
98. Moon F. C., Holmes P. I. A magnetoelastic strange attractor. I. Sound. Vib. 1979. 65, No 2. P. 275–296.
99. Thompson I. M. T., Ghaffari R. Chaos after period – doubling bifurcations in the resonance in the resonance of an impact oscillator. Phyr. Lett. 1982. 91 A. No. 1. P. 5–8.
100. Linsay P. S. Period doubling and chaotic behavior in a driven, anharmonic oscillator. Phyr. Rev. Lett. 1981. 47. No. 19. P. 1349–1352
101. Ueda Y. Randomly transitional phenomena in the system governed by Duffing's equation. I. Statist. Phyr. 1979. 20. P. 181–223.

102. Ueda Y., Akamatsu N. Chaotically transitional phenomena in the forced negative resistance oscillator. *IEEE Trans. Circuits and Systems*. 1981. GAS 28. No. 3. P. 217–223.
103. Владиславлев А. П., Мессерман А. С. Электричне моделювання динаміки систем із розподіленими параметрами. Вид-во Енергія. 1978. 248 с.
104. Богатирьев Ю.К. Импульсные пристрої з розподіленими нелінійними параметрами. Вид-во: Рад. радіо, 1974. 279 с.
105. Холмс П., Мун Ф. Дивні аттрактори та хаос у нелінійній механіці // Успіхи прикладної механіки. - Вид-во.: Світ, 1986. № 38. С. 158 - 160.
106. Holmes P. I. A nonlinear oscillator with a strange attractor. *Phil. Trans. Roy. Soc. Ser. A*. 1979. 292. P. 419–448.
107. Moon F. C., Holmes P. I. A magnetoelastic strange attractor. I. *Sound. Vib*. 1979. 65, No 2. P. 275–296.
108. Феодосьев В.І. Міцність теплонапружених вузлів рідинних ракетних двигунів. Вид-во: Оборонгіз, 1963. 212 с.
109. Бекіров Е.А., Резцов В.Ф., Суржик Т.В. Просторово-неоднорідні структури при електротепловому пробі напівпровідникових матеріалів. Технічна електродинаміка. «Проблеми сучасної електротехніки». 4.3.2006. С. 21–24.
110. Аналіз стійкості гетерогенних демпфуючих середовищ з ефектом внутрішнього тертя у наближенні зосереджених та розподілених параметрів / Носко О.О., Резцов В.Ф., Суржик Т.В., Еркенов Н.Х. Праці ІЕД НАН України. Електродинаміка. 2001. С. 25–29.
111. Єрмолов О.А., Резцов В.Ф., Суржик Т.В. Просторово-неоднорідні структури розподілу домішок при нерівноважній конвективній дифузії в пористих середовищах. 2005. №2. С. 12–15.
112. Динамічні процеси в системах «фотобатарея – електромеханічне навантаження» / Курочкін Г.Ф., Резцов В.Ф., Суржик Т.В., Сіренко В.Н. Авіаційно-космічна техніка. 1999. Вип. 8, тематичний. С. 101–105.
113. Резцов В.Ф., Суржик Т.В., Нікітюк Р.І. Електромеханічні коливання у системі «двигун постійного струму – пневмогідролічне навантаження». Праці ІЕД НАН України. 2003. № 2 (5). С. 58–62.
114. Про нестійкість обертових машин у малому з нелінійними залежностями моментів від частоти обертання та кута повороту / Резцов В.Ф., Суржик Т.В., Носко О.О., Сіренко Н.В. Праці ІЕД НАН України. 2003. №1 (7). С. 52–55.
115. Носко О.О., Резцов В.Ф., Суржик Т.В. Автоколивання електромеханічних систем з нелінійними механічними характеристиками. Праці ІЕД НАН України. Електроенергетика. 2000. С. 127–133.

116. Носко О.О., Резцов В.Ф., Суржик Т.В. Умови автоколивань електромеханічних систем з нелінійним електромеханічним навантаженням. Технічна електродинаміка. 2001. №1. С. 51–54.
117. Суржик Т.В. Метод аналізу стійкості малих теплогідрравлічних збурень у рідині, що рухається. Доповіді НАН України. 2002. № 1. С. 99–105.
118. Суржик Т.В. Гідродинамічні збурення у в'язкій рідині, що обертається, і їх стійкість. Доповіді НАН України. 2001. № 7. С. 100–104.
119. Клепиков В.Б. Особливості динаміки електромеханічних систем з негативним в'язким тертям. Технічна електродинаміка. «Проблеми сучасної електротехніки». 4.1.2000. С. 40–45.
120. Федоткін І.М. Інтенсифікація технологічних процесів. Київ. Вища школа. 1979. 343 с.
121. Рамазанова З.У., Резцов В.Ф., Суржик Т.В. Особливості прояву нестійкостей у лініях з розподіленими параметрами при залежності провідності струму витоків від температури. Доповіді НАН України. 2005. № 5. С.80–86.
122. Аналіз нестійких просторово-неоднорідних режимів у довгих лініях при залежності струму витоків від напруги та температури / Рамазанова З.У., Резцов В.Ф, Суржик Т.В., Хаджинов А.Л. Технічна електродинаміка. 2005. № 2. С. 60–63.
123. Резцов В.Ф, Суржик Т.В., Теймуразян М.С. Аналіз розповсюдження вищих гармонійних складових напруг і струмів у кабельних лініях фотоелектричних станцій та засобів обмеження їх впливу на довкілля. Відновлювана енергетика. 2014. №4 (39). С. 36–40.
124. Ефективна електрична провідність та діелектрична проникність гетерогенних середовищ у змінному полі / Ашуєва. Т.Г., Кирнос Л.А., Суржик Т.В., Смирнов В.С. Праці ІЕД НАН України. Електротехніка. 1999. С. 13–17.
125. Ніколіс Г., Пригожин Г. Самоорганізація у нерівноважних структурах. Світ. 1979. 512 с.
126. Постніков М.М. Стійкі многочлени. Вид-во: Наука, 1983. 176 с.
127. Суржик Т.В. Електротеплова нестійкість у середовищах з анізотропною електро- та теплопровідністю. Праці ІЕД НАН України. Електродинаміка. 2000. С. 8–13.
128. Гура К. Ю. Петрук В. Г. Аналіз сучасних трендів декарбонізації та екомодернізації енергетики України та світу. Вісник Вінницького політехнічного інституту. 2021. № 5. С. 19–26. <https://doi.org/10.31649/1997-9266-2021-158-5-19-26>
129. Мкртчян Е. Курс на "озеленення". Чиста енергія, power-banks і "розумні" мережі. URL: <https://interfax.com.ua/news/blog/901090.html>

130. Півняк Г. Г. Традиційні та нетрадиційні системи енергозабезпечення урбанізованих і промислових територій України: моногр. / Г. Г. Півняк, О. С. Бешта, М. М. Табаченко та ін.; під заг. ред. Г. Г. Півняка. Д.: Національний гірничий університет. 2013. 333 с.
131. Білявський Г. А. Оцінка впливу об'єктів енергетики на навколишнє середовище / [Білявський Г. А., Варламов Г. Б., Гетьман В. В. та ін]. Харків: ХДАМГ. 2002. 318 с.
132. Степанов А. В., Кухар В. П. Досягнення енергетики та захист навколишнього середовища / А. В. Степанов, В. П. Кухар. К.: Наук. думка. 2004. 206 с.
133. Зур'ян О. В. Екологічно безпечні відновлювані джерела отримання теплової енергії: дис. канд.техн.наук / Зур'ян О.В. Харків, 2016.