



В.П. Малько, Ю. В. Куц, С. І. Ковтун, В. Ю. Куц

**ОЦІНЮВАННЯ ОСНОВНОЇ ЧАСТОТИ НАПРУГИ  
ЕЛЕКТРОПОСТАЧАННЯ ФАЗОВИМ МЕТОДОМ НА  
ОСНОВІ ПЕРЕТВОРЕННЯ ГІЛЬБЕРТА ІЗ КОВЗНИМ  
УСЕРЕДНЕННЯМ НАБІГУ ФАЗИ НАПРУГИ**

***Доповідач:** Малько Володимир Петрович,  
аспірант*

м. Київ, 2026 р.

- Порушення штатного режиму роботи станцій електрогенерації, аварійні процеси в електромережах, інтеграція відновлюваних джерел енергії та широке використання електрообладнання із потужним нелінійним або змінним навантаженням призводять до коливань частоти та погіршення показників якості електроенергії. Такі відхилення проявляються у вигляді гармонічних спотворень, мерехтіння напруги тощо, що негативно впливають на роботу електрообладнання, зокрема електродвигунів, силових перетворювачів та вимірювальної техніки, знижуючи їх термін експлуатації та погіршуючи задані технічні характеристики обладнання.
- Важливими показниками якості електроенергії є сумарний коефіцієнт гармонічних спотворень та амплітуда вищих гармонік. Їх оцінювання, здебільшого, проводиться на основі дискретного перетворення Фур'є, проте точність гармонічного аналізу з його використанням обмежена суттєвою вадою – вищою частотою спектру Фур'є. Для усунення цього ефекту застосовується когерентна дискретизація, яка ґрунтується на синхронізації параметрів збору даних та основної частоти напруги. Але цей підхід не вичерпав своїх можливостей. У зв'язку з цим розроблення прецизійного методу оцінювання основної частоти напруги електропостачання на його основі є актуальним науковим завданням.

**Метою дослідження** є підвищення точності оцінювання основної частоти напруги електропостачання в умовах гармонічних спотворень та шумових завад шляхом удосконалення фазового методу, реалізованого на основі дискретного перетворення Гільберта (ДПГ).

**Об'єктом дослідження** є процес визначення основної частоти напруги електропостачання в системах електроспоживання загальної призначеності.

**Предметом дослідження** є інформаційно-вимірювальна технологія визначення основної частоти напруги електропостачання в системах електроспоживання загальної призначеності.

➤ **Модель напруги електропостачання**

- Дискретна модель напруги електропостачання із врахуванням вищих гармонік напруги та шуму має вид

$$u(n) = U_1 \cdot \sin\left(2\pi \frac{f_1}{f_s} n - \varphi_1\right) + \sum_{h=2}^H U_h \sin\left(2\pi \frac{f_h}{f_s} n - \varphi_h\right) + \xi(n) = \quad (1)$$
$$= U(n) \sin(\Phi(n)), \quad n = \overline{1, N}, \quad N = [T_a f_s]^+, \quad U_1 \gg U_h,$$

де  $U_1, U_h$  – напруга основної та вищих гармонік;  $\varphi_1$  та  $\varphi_h$  – початкові фази основної та вищих гармонік;  $f_1, f_h$ , та  $f_s$  – частота основної гармоніки, вищих гармонік та частота дискретизації;  $h$  – номер вищих гармонік;  $U(n), \Phi(n)$  та  $T_a$  – обвідна, фаза напруги та час аналізу.

➤ **Базовий метод оцінювання основної частоти напруги електропостачання на основі ДПГ (1)**

- Застосування ДПГ до моделі (1) дає змогу отримати аналітичний сигнал напруги  $\dot{z}(n)$ , що складається з двох компонент: напруги електромережі  $u(n)$  та її гільберт-образу  $\tilde{u}(n)$

$$\dot{z}(n) = u(n) + i\tilde{u}(n) = U(n) \cos \Phi(n), \quad n = \overline{1, N}, \quad N = [T_a f_s]^+, \quad (2)$$

де  $U(n), \Phi(n)$  – відповідно обвідна та фазова характеристика напруги електропостачання.

➤ **Базовий метод визначення основної частоти напруги електропостачання на основі ДПГ (2)**

- Розрахунок дискретної фазової характеристики  $\widehat{\Phi}(n)$  (ДФХ) напруги електропостачання  $u(n)$  (1) проводиться за даними моделі (2) та має наступний вигляд:

$$\widehat{\Phi}(n) = \arctg \frac{\tilde{u}(n)}{u(n)} + \mathbf{K}(\tilde{u}(n), u(n)), \quad n = \overline{1, N}, \quad (3)$$

де  $\mathbf{K}(\ast)$  – оператор розкриття багатозначності ДФХ послідовності  $u(n)$  за межами інтервалу  $[-\pi/2, \pi/2)$

- Основна частота напруги електропостачання оцінюється на основі аналізу ДФХ за наступною формулою

$$\hat{f}_1 = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\widehat{\Phi}(n_2) - \widehat{\Phi}(n_1)}{(n_2 - n_1) f_s}, \quad n_1, n_2 \in (1, N), \quad j \in [1, J] \quad (4)$$

- Абсолютна похибка оцінювання основної частота напруги електропостачання розраховується як

$$\delta f_1 = f_1 - \hat{f}_1, \quad (5)$$

де  $\hat{f}_1$  - оцінене значення основної частоти напруги електропостачання.

## ➤ Удосконалений метод визначення основної частоти напруги електропостачання на основі ДПГ

Удосконалення базового методу досягається шляхом ковзного усереднення набігу фази (3) на інтервалі часу тривалістю  $(n_2 - n_1)/f_s$  та застосування усередненого значення фази для розрахунку частоти (7)

$$\bar{\Phi} = \frac{1}{m} \sum_{i=0}^{m-1} [\hat{\Phi}[n_2 + i] - \hat{\Phi}[n_1 + i]], \quad n_1, n_2 \in (1, N), \quad (6)$$

$$\bar{f}_1 = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\bar{\Phi}}{(n_2 - n_1) f_s}, \quad n_1, n_2 \in (1, N), \quad j \in [1, J] \quad (7)$$

де  $n_1, n_2$  – номери відліків ДФХ,  $m$  – кількість усереднень набігу фази.

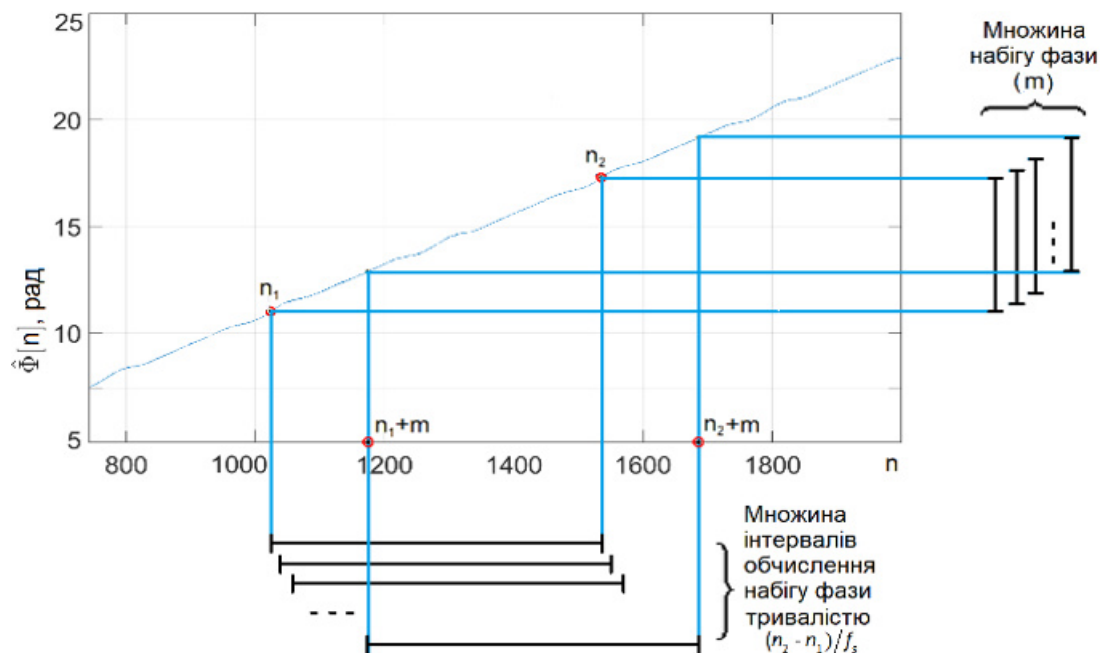
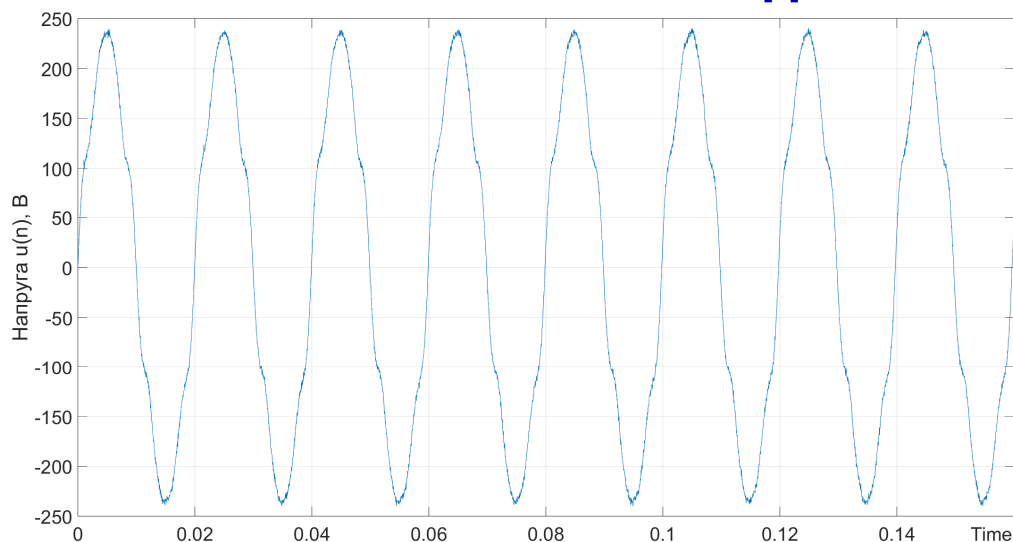


Рис.1. Графік ковзного усереднення набігу фази напруги

- Необхідно провести модельні експерименти та порівняння базового методу та його удосконаленої версії при оцінюванні основної частоти напруги електропостачання в умовах наявності вищих гармонік та шумових завад.
- Необхідно визначити основну частоту та абсолютну похибку її оцінювання базовим методом та удосконаленим методом за наявності вищих гармонік та шуму.
- Моделювання проводилось для наступних вихідних даних:
  - номінальне значення амплітуди та частоти мережевої напруги:  
 $U_{nom} = 230$  В та  $f_1 = 50,10$  Гц;
  - частота дискретизації та час аналізу:  $f_s = 25,6$  кГц,  $T_a = 0,16$  с;
  - кількість гармонік  $H - 6$ ;
  - порядок гармонік  $h$ : 2, 4, 5, 7, 9 та 12;
  - відносні амплітуди:  $U_2 = 4,6$  В,  $U_4 = 2,3$  В,  $U_5 = 13,8$  В,  
 $U_7 = 11,5$  В,  $U_9 = 3,45$  В та  $U_{12} = 1,15$  В;
  - кількість усереднень набігу фази:  $m = 150$ ;
  - СКВ шуму:  $\sigma_\xi = 2$  В.



а

Рис.2. Графіки напруги електропостачання  $u(n)$  (а) та ДФХ з методом її ковзного усереднення (б)

Оцінені значення основної частоти за використання базового методу та удосконаленого методів становлять

$$\hat{f}_1 = 50,134 \text{ Гц,}$$

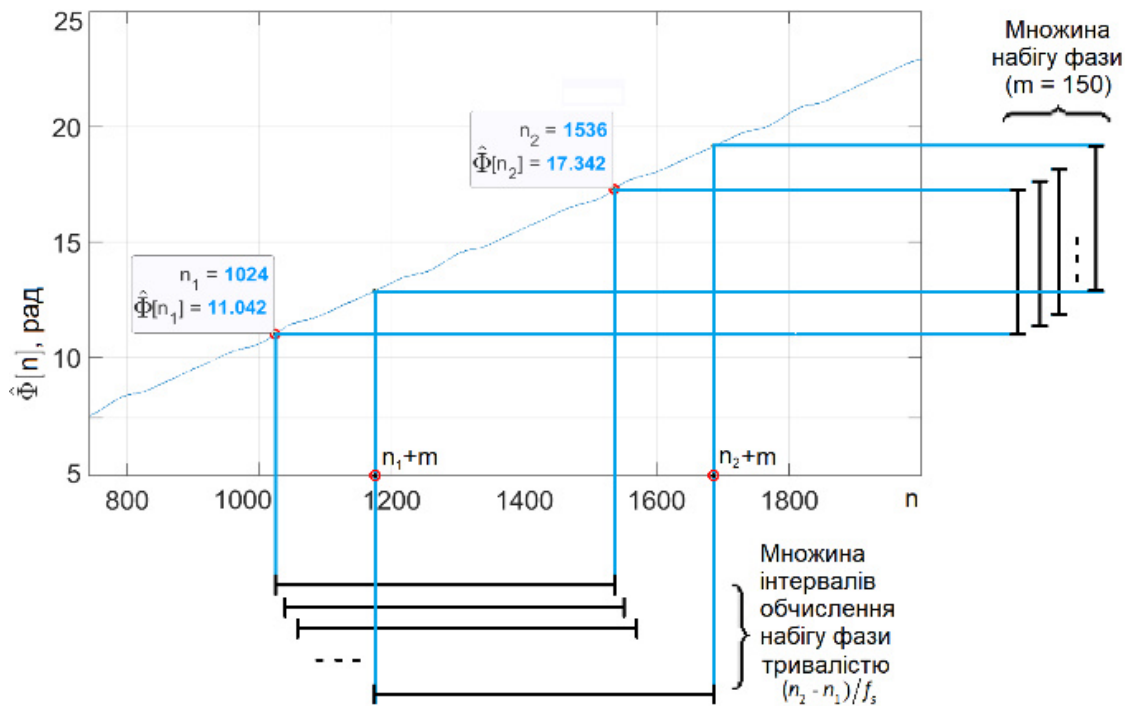
$$\bar{f}_1 = 50,102 \text{ Гц.}$$

Відповідні абсолютні похибки основної частоти становлять

$$\delta \hat{f}_1 = 50,10 - 50,134 = 34 \text{ мГц,}$$

$$\delta \bar{f}_1 = 50,10 - 50,102 = 2 \text{ мГц.}$$

Підвищення точності визначення основної частоти напруги за цим методом не вимагає збільшення часу аналізу напруги та збільшення обсягу вимірювальної інформації



б

1. Удосконалено базовий метод оцінювання основної частоти напруги електропостачання з метою підвищення точності оцінювання основної частоти напруги електропостачання та завадостійкості методу. Основною відмінністю удосконаленого методу від базового є застосування ковзного усереднення набігу фази напруги та оцінювання основної частоти на її основі. Порівняно з базовим методом, за однакового набору вхідних даних, удосконалений метод дає змогу зменшити абсолютну похибку оцінювання основної частоти в умовах адитивного шуму (СКВ = 2 В) в 17 раз, що свідчить про ефективність підходу та його придатність для оцінювання показників якості електроенергії.

2. Запропонований удосконалений метод оцінювання основної частоти напруги електропостачання може бути застосований як окремий підхід до оцінювання основної частоти, так і для зменшення ефекту виток спектру Фур'є на основі когерентної дискретизації, що дає змогу підвищити точність гармонічного аналізу, зокрема оцінювання сумарного коефіцієнта гармонічних спотворень та амплітуд вищих гармонік за наявності адитивного шуму.

3. Подальші дослідження будуть спрямовані на оцінювання невизначеності вимірювання основної частоти напруги за наявності вищих гармонік та шумових завад у спектрі напруги електропостачання.

**ДЯКУЮ ЗА УВАГУ!**